2.4　組合せ

問題

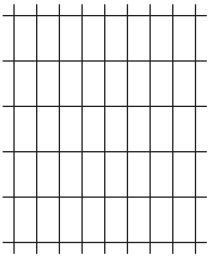
237 男子 7 名，女子 8 名の中からそれぞれ 2 名ずつ選んで男子 2 名，女子 2 名からなる 4 名のグループを作る方法は何通りあるか。　（湘南工科大）

238 男子 10 人，女子 5 人の中から合計 3 人の代表を選ぶ方法は $\boxed{}$ 通りある。また，代表 3 人のうちに女子が少なくとも 1 人含まれるような選び方は $\boxed{}$ 通りある。　（北海道工業大）

239 横一列に並んだ 7 つの箱がある。これに赤玉が隣り合わないように赤玉 3 個と白玉 4 個をそれぞれ 1 個ずつ入れると，$\boxed{}$ 通りの入れ方がある。　（立教大）

240 平面上に縦に 8 本の平行線が，横に n 本の平行線が並んでいて，1540 個の長方形ができるのは，$n = \boxed{}$ のときである。　（関西大）

241 右図のように，距離が 1 で等間隔に並んだ 9 本の平行な直線と，それに直交して距離が 2 で等間隔に並んだ 6 本の平行な直線とがある。縦 2 本と横 2 本の直線によって作られる正方形の個数を求めよ。
（長崎総合科学大）



チェック・チェック

237 男子 2 名の選び方おのおのに対して，女子 2 名が選ばれるので**積の法則**が使えます。

238 “少なくとも $\cdots$”ときたら，**余事象**を考えてみましょう。選び方全体から女子 0 人の選び方を除けばよいですね。

239 隣り合わないように並べるには **2 段階操作**を考えます。まず白玉を並べて，次に赤玉を間または両端に置いていきましょう。

240 **縦 2 本と横 2 本の平行線**を選べば長方形ができます。もちろん，正方形も長方形の 1 つとして考えます。

241 縦，横 2 本ずつ直線を選べば，1 つの長方形ができます。本問は正方形の個数です。正方形の辺の長さ 2，4，6，8 で**場合分け**して数え上げていきましょう。

解答・解説

237 男子 7 名から 2 名を選ぶ選び方は

$${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21 \text{（通り）}$$

また，女子 8 名から 2 名を選ぶ選び方は

$${}_8C_2 = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28 \text{（通り）}$$

よって，男子 2 名，女子 2 名からなる 4 名のグループをつくる方法は

$$21 \times 28 = \underline{\mathbf{588}\text{（通り）}}$$

238 男女合わせて 15 人から 3 人選ぶので

$${}_{15}C_3 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\mathbf{455}\text{（通り）}}$$

また，全員が男子である場合は男子 10 人から 3 人選ぶので

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \text{（通り）}$$

よって，少なくとも 1 人女子が含まれるような選び方は

$$455 - 120 = \underline{\mathbf{335}\text{（通り）}}$$

別解 余事象を考えずに個々の場合を考えると次のようになる。

3 人とも女子の場合

$${}_5C_3 = 10 \text{（通り）}$$

2 人が女子で 1 人が男子の場合

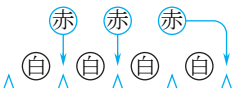
$${}_5C_2 \times {}_{10}C_1 = 100 \text{（通り）}$$

1 人が女子で 2 人が男子の場合

$${}_5C_1 \times {}_{10}C_2 = 225 \text{（通り）}$$

$$\therefore \quad 10 + 100 + 225 = 335 \text{（通り）}$$

239 白玉 4 個を並べてできるすき間 3 か所と両端 2 か所の計 5 か所のうちから赤玉が 1 つずつ入る 3 か所を選べばよいから



$${}_5C_3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\mathbf{10}\text{（通り）}}$$

240 **縦 2 本と横 2 本を選べば**長方形ができるので

$${}_8C_2 \times {}_nC_2 = 1540$$

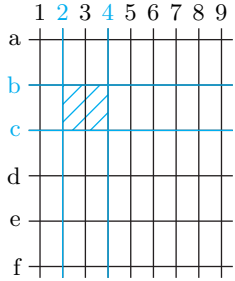
$$\frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} = 1540$$

$$n(n-1) = 110$$

$$n(n-1) = 11 \times 10$$

$$\therefore \quad \underline{\boldsymbol{n = 11}}$$

241 縦の線に 1〜9，横の線に a〜f の名前をつける。



1 辺の長さ 2 の正方形をつくる場合，縦の 2 本の組は

(1, 3)，**(2, 4)**，(3, 5)，(4, 6)，
(5, 7)，(6, 8)，(7, 9) の 7 個

横の 2 本の組は

(a, b)，**(b, c)**，(c, d)，(d, e)，
(e, f) の 5 個

したがって，1 辺の長さ 2 の正方形の個数は

$7 \times 5 = 35$（個）

同様に，**1 辺の長さ 4 の正方形**は，縦の 2 本の組は

(1, 5)，(2, 6)，(3, 7)，(4, 8)，(5, 9) の 5 個

横の 2 本の組は

(a, c)，(b, d)，(c, e)，(d, f) の 4 個

したがって，1 辺の長さ 4 の正方形の個数は

$5 \times 4 = 20$（個）

1 辺の長さ 6 の正方形は，縦の 2 本の組は

(1, 7)，(2, 8)，(3, 9) の 3 個

横の 2 本の組は

(a, d)，(b, e)，(c, f) の 3 個

したがって，1 辺の長さ 6 の正方形の個数は

$3 \times 3 = 9$（個）

1 辺の長さ 8 の正方形は，縦の 2 本の組は (1, 9) の 1 個，横の 2 本の組は (a, e)，(b, f) の 2 個だから，1 辺の長さ 8 の正方形の個数は

$1 \times 2 = 2$（個）

よって，正方形の個数は全部で

$35 + 20 + 9 + 2 = \underline{\mathbf{66}}$**（個）**