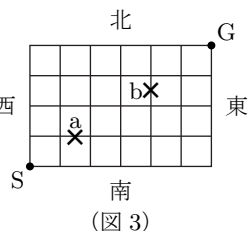
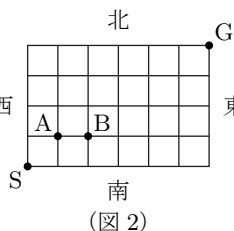
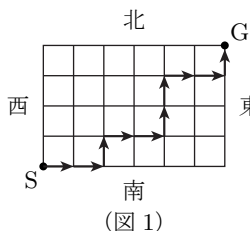


2.10 最短経路

問題

261 下図のような碁盤の目状の道路がある。S 地点を出発して、道路上を東または北に進んで G 地点に到達する経路を考える。(図 1 の太線はそのような経路の 1 例である。)

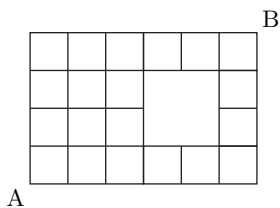
- (1) S 地点から G 地点に至る経路は何通りあるか。
- (2) S 地点から G 地点に至る経路のうち、図 2 の A 地点と B 地点をともに通る経路は何通りあるか。
- (3) 図 3 の a の部分と b の部分がともに通行止めするとき、S 地点から G 地点に至る経路は何通りあるか。



(北海道大)

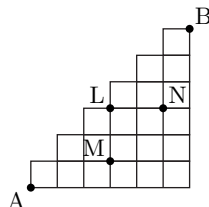
262 図のような街路の町で、地点 A から地点 B へ行く最短の道すじは何通りあるか。

(東京女子医大)



263 右の図において、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A から点 L に行く最短経路は 通りある。
- (2) 点 M と点 N を通って、点 A から点 B に行く最短経路は 通りある。
- (3) 点 A から点 B に行く最短経路は 通りある。



(日本大)

チェック・チェック

261 縦、横の移動を \uparrow , \rightarrow で表すと、図 1 は

$\rightarrow \rightarrow \uparrow \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \rightarrow \rightarrow \uparrow$

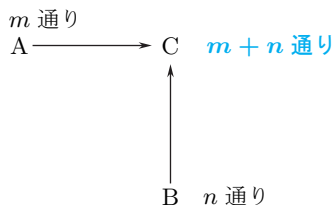
となります。経路のとり方は \rightarrow 6 個、 \uparrow 4 個の並べ方と一致しますから、(1) は**同じものを含む順列**と考えることができます。10 個の中から縦の移動の場所を決めると考えると、**組合せ** ${}_{10}C_4$ を計算してもよいですね。

262 通行止めがある場合は、“埋め立て”工事をして、経路全体から、埋め立てた地点を通る経路を除けばよいでしょう。

263 通行止めあるいは欠落道路が多い場合は“**関所**”を設けて経路を場合分けしていきましょう。

これでも大変なときは、直接数え上げた方がはやいこともあります。すなわち、右図で地点 C に行くためには、A または B のいずれかから行くことになり、これらは同時には起こらないから、A までの行き方が m 通り、B までの行き方が n 通りならば、**和の法則**により

C に行く行き方は **$m + n$ 通り** となります。



263 (1) 右図のように a, b, c をとると, A から L に行く最短経路のうち

a を通るのは

1 通り

b を通るのは

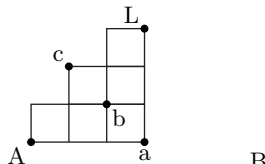
$${}_3C_1 \times {}_3C_1 = 9 \text{ (通り)}$$

c を通るのは

$$2 \times 2 = 4 \text{ (通り)}$$

よって, 最短経路の数は

$$1 + 9 + 4 = \underline{14 \text{ (通り)}}$$



(2) A から M に行く最短経路は

$${}_4C_1 = 4 \text{ (通り)}$$

M から N に行く最短経路は

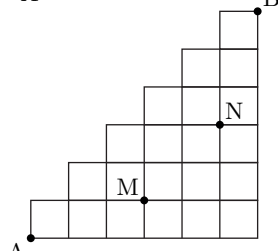
$${}_4C_2 = 6 \text{ (通り)}$$

N から B に行く最短経路は

$${}_4C_1 = 4 \text{ (通り)}$$

よって, 最短経路の数は

$$4 \times 6 \times 4 = \underline{96 \text{ (通り)}}$$



(3) 右図のように o, p, q をとると, A から B に行く最短経路のうち

o を通るのは

1 通り

p を通るのは

$${}_6C_1 \times {}_6C_1 = 6 \times 6 = 36 \text{ (通り)}$$

q を通るのは

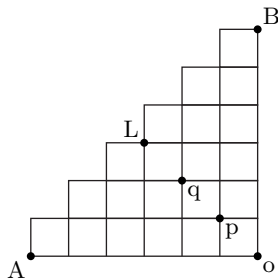
$$({}_6C_2 - 1)({}_6C_2 - 1) = 14 \times 14 = 196 \text{ (通り)}$$

L を通るのは (1) より

$$14 \times 14 = 196 \text{ (通り)}$$

したがって, 最短経路の総数は

$$1 + 36 + 196 + 196 = \underline{429 \text{ (通り)}}$$



別解 (1) **和の法則** を使って, 最短経路のとり方を数えていくと,

右図から 14 通り。

(3) も同じように数え上げることができる。

