# 問題

## 二項定理

**5** $\left(2x^2+\dfrac{1}{x}\right)^7$ の展開式で $x^2$ の係数は $\boxed{\phantom{00}}$ である。（関西大）

**6** $(3x-2y)^5$ の展開式で，$x^2y^3$ の項の係数は $\boxed{\phantom{00}}$ である。（八戸工業大）

**7** $1201^{124}$ の百の位の数値を求めよ。（自治医科大）

# チェック・チェック

## 二項定理

**5** $(x+y)^n$ の展開式は，**二項定理**

$$(x+y)^n = {}_n\mathrm{C}_0x^n + {}_n\mathrm{C}_1x^{n-1}y^1 + {}_n\mathrm{C}_2x^{n-2}y^2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_ny^n$$

であり，一般項は

$${}_n\mathrm{C}_kx^{n-k}y^k \quad （\text{または } {}_n\mathrm{C}_kx^ky^{n-k}）$$

です。本問においては，$\left(2x^2+\dfrac{1}{x}\right)^7$ ですから，一般項は

$${}_7\mathrm{C}_k(2x^2)^{7-k}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^k \left(\text{または } {}_7\mathrm{C}_k(2x^2)^k\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^{7-k}\right)$$

となります。

**6** こちらの一般項は

$${}_5\mathrm{C}_k(3x)^{5-k}(-2y)^k \left(\text{または } {}_5\mathrm{C}_k(3x)^k(-2y)^{5-k}\right)$$

です。

**7** $(1201)^{124}=(1200+1)^{124}$ とみて，二項定理を使います。

# 解答・解説

## 二項定理

**5** $\left(2x^2+\dfrac{1}{x}\right)^7$ の一般項は

$${}_7\mathrm{C}_k(2x^2)^{7-k}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^k={}_7\mathrm{C}_k\cdot 2^{7-k}\cdot x^{14-3k}$$

$x^2$ の項が現れるのは，$14-3k=2$ より $k=4$ のときであり，$x^2$ の係数は

$${}_7\mathrm{C}_4\cdot 2^{7-4}={}_7\mathrm{C}_3\cdot 2^3=\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot 8=\underline{\mathbf{280}}$$

**6** $(3x-2y)^5$ の一般項は

$${}_5\mathrm{C}_k\cdot(3x)^{5-k}\cdot(-2y)^k={}_5\mathrm{C}_k\cdot 3^{5-k}\cdot(-2)^k\cdot x^{5-k}\cdot y^k$$

$x^2y^3$ の項が現れるのは，$k=3$ のときで，係数は

$${}_5\mathrm{C}_3\cdot 3^{5-3}\cdot(-2)^3=\underline{\mathbf{-720}}$$

**7** 
$$\begin{aligned}1201^{124}&=(1200+1)^{124}\\&={}_{124}\mathrm{C}_0\cdot 1200^{124}\cdot 1^0+{}_{124}\mathrm{C}_1\cdot 1200^{123}\cdot 1^1+\cdots\\&\qquad+{}_{124}\mathrm{C}_{123}\cdot 1200^1\cdot 1^{123}+{}_{124}\mathrm{C}_{124}\cdot 1200^0\cdot 1^{124}\end{aligned}$$

$1201^{124}$ の百の位は

$$\begin{aligned}&{}_{124}\mathrm{C}_{123}\cdot 1200^1\cdot 1^{123}+{}_{124}\mathrm{C}_{124}\cdot 1200^0\cdot 1^{124}\\&=124\cdot 1200\cdot 1+1\cdot 1\cdot 1=148801\end{aligned}$$

の百の位に等しい。よって，百の位は $\underline{\mathbf{8}}$