## 問題

### 部分分数分解

15 次の左右両辺が等しくなるようなA, B を求めよ。

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x - 2}$$
 (広島電機大)

16 次の等式がxについての恒等式となるように,a,b,cの値を定めよ。 $\frac{x^3 + 6x - 15}{(x-1)(x-2)(x+3)} = 1 + \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+3}$  (松山大)

# チェック・チェック

#### 部分分数分解 …………

分数式  $\frac{A(x)}{B(x)}$  (A(x) の次数 < B(x) の次数) は

$$\frac{c}{(ax+b)^k}, \quad \frac{dx+e}{(ax^2+bx+c)^l}$$

の形の分数式の和としてかくことができます。これを部分分数分解するといいます。 具体的には

$$\frac{px^5 + qx^4 + \dots + r}{(x+1)^2(x^2+1)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{cx+d}{x^2+1} + \frac{ex+f}{(x^2+1)^2}$$

という形をつくり、係数  $a, b, \dots, f$  を決めていきます。数列の和や数学IIIの積分でこの変形が必要となります。

- **15** 右辺を通分して、両辺の分子を比較する。あるいは、両辺に (x-2)(x-3) をかけて分母をはらい、数値代入により A, B の値を求めることもできます。
- 16 右辺を通分して、分子を整理するのは少しオックウです。分母をはらって数値 代入をしてみましょう。

## 解答・解説

### 部分分数分解 .....

**15** 右辺を通分して計算すると

$$\frac{A(x-2) + B(x-3)}{(x-3)(x-2)} = \frac{(A+B)x - 2A - 3B}{x^2 - 5x + 6}$$

左辺と右辺の分子を比較すると

$$1 = (A+B)x - 2A - 3B$$

であり、係数を比較して

$$\begin{cases} A+B=0\\ -2A-3B=1 \end{cases} \qquad \therefore \quad \underline{A=1, B=-1}$$

**別解** 両辺に (x-2)(x-3) をかけると 1 = A(x-2) + B(x-3)

x=2, 3を代入すると

$$\begin{cases} 1 = -B \\ 1 = A \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = -B \\ 1 = A \end{cases} \qquad \therefore \quad A = 1, \ B = -1$$

**16** 両辺に (x-1)(x-2)(x+3) をかけると

$$x^3 + 6x - 15$$

$$= (x-1)(x-2)(x+3) + a(x-2)(x+3) + b(x-1)(x+3) + c(x-1)(x-2)$$

x = 1, 2, -3 を代入して

$$\begin{cases} 1+6-15 = -4a \\ 8+12-15 = 5b \\ -27-18-15 = 20a \end{cases}$$

$$a = 2, b = 1, c = -3$$