問題

判別式

45 2 次方程式 $4x^2+kx+3=0$ が実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。（福井工業大）

46 x の方程式 $4x^2-2x+4=a(2x-1)$ が虚数解をもつのは，定数 a が $\boxed{} < a < \boxed{}$ の範囲の値をとるときである。（東京薬科大）

チェック・チェック

判別式

45，**46** 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0\ (a \neq 0)$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

ですが，このとき現れる $\boldsymbol{b^2-4ac}$ を**判別式**（Discriminant）といい，D とかきます。

$$\left.\begin{cases} D>0 \text{ のとき，異なる 2 実数解} \\ D=0 \text{ のとき，重解} \\ D<0 \text{ のとき，異なる 2 虚数解} \end{cases}\right\} \text{実数解条件は } D \geqq 0$$

です。

また，重解も実数解ですから，実数解をもつ条件は $\boldsymbol{D \geqq 0}$ です。

解答・解説

判別式

45 $4x^2+kx+3=0$ の判別式を D とすると実数解をもつ条件は

$D=k^2-4\cdot4\cdot3=k^2-48\geqq0$

$\therefore$ $\boldsymbol{k\leqq-4\sqrt{3},\ k\geqq4\sqrt{3}}$

46 $4x^2-2x+4=a(2x-1)$ より

$4x^2-2(1+a)x+4+a=0$

この 2 次方程式の判別式を D とすると，虚数解をもつ条件は $D<0$ より

$$\begin{aligned}\frac{D}{4}&=(1+a)^2-4(4+a)\\&=(a^2+2a+1)-16-4a\\&=a^2-2a-15\\&=(a+3)(a-5)<0\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boldsymbol{-3<a<5}$