問題

2 点間の距離

64 点 A(6, 13) と点 B(1, 1) との距離は $\boxed{}$ である。（中央大）

65 y 軸上の点 C は 2 点 A(2, 1)，B(−3, 2) から等距離にあるという。このとき，点 C の座標は $\boxed{}$ である。（八戸工業大）

66 直線 $x+2y-1=0$ 上にあって，2 点 A(1, 1)，B(3, 0) から等距離にある点 P の座標を求めよ。（桜美林大）

67 座標平面上に 3 点 A(3, 3)，B(1, 2)，C(4, 0) があるとき

(1) 三角形 ABC の重心 G の座標を求めよ。

(2) 3 点 A，B，C から等距離にある点 P の座標を求めよ。（創価大　改）

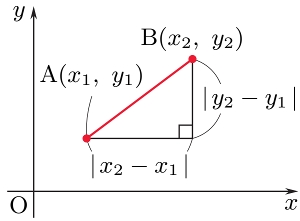
チェック・チェック

2 点間の距離

64 平面上の 2 点を A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2) とするとき AB 間の距離は

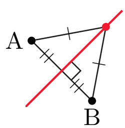
$$\mathbf{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

です。これは三平方の定理（ピタゴラスの定理）そのものでしたね。



65，**66** 求める点の座標を **65** なら C(0, k)，**66** なら $(1-2p, p)$ とおくことができます。どちらも未知数は 1 個で，関係式が 1 つあれば，値は決まります。ここで使う関係式は“距離が等しい”を表した式です。

また，2 点 A，B から等距離にある点の集合は線分 AB の垂直 2 等分線です。2 直線の交点を求めるという方針で問題を解くことも可能です。



67 (1) 重心の座標は公式として覚えておきましょう。

(2) P の座標を (x, y) とおき，PA = PB かつ PB = PC を解けばよいですね。未知数 2 つだから，関係式も 2 つ必要です。P は △ABC の外心ですね。

解答・解説

2 点間の距離

64 AB $= \sqrt{(6-1)^2+(13-1)^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = \underline{\mathbf{13}}$

65 y 軸上の点 C の座標を $(0,\ k)$ とおくと CA = CB より

$$(0-2)^2+(k-1)^2=(0+3)^2+(k-2)^2$$
$$4+(k^2-2k+1)=9+(k^2-4k+4) \qquad \therefore \quad k=4$$

よって　　C$\underline{\mathbf{(0,\ 4)}}$

別解 A，B から等距離にある点は線分 AB の垂直 2 等分線である。直線 AB の傾きが $-\dfrac{1}{5}$，AB の中点が $\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$ より，線分 AB の垂直 2 等分線の方程式は

$$y=5\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2} \qquad \therefore \quad y=5x+4$$

であり，点 C はこの直線と y 軸との交点 $(0,\ 4)$ である。

66 直線 $x+2y-1=0$ 上の点 P の座標を $(1-2p,\ p)$ とおくと，PA = PB より

$$(1-2p-1)^2+(p-1)^2=(1-2p-3)^2+(p-0)^2$$
$$\therefore \quad 4p^2+(p^2-2p+1)=(4p^2+8p+4)+p^2$$

これを解いて　　$p=-\dfrac{3}{10}$

よって　　P$\underline{\left(\mathbf{\dfrac{8}{5},\ -\dfrac{3}{10}}\right)}$

別解 P は線分 AB の垂直 2 等分線上の点である。直線 AB の傾きが $-\dfrac{1}{2}$，AB の中点が $\left(2,\ \dfrac{1}{2}\right)$ より，線分 AB の垂直 2 等分線の方程式は

$$y=2(x-2)+\frac{1}{2} \qquad \therefore \quad y=2x-\frac{7}{2}$$

であり，点 P の座標はこれと直線 $x+2y-1=0$ との交点である。つまり，$y=2x-\dfrac{7}{2}$ と $x+2y-1=0$ を連立させて x，y を求めることができる。

67 (1) **重心** G の座標は $\left(\dfrac{3+1+4}{3},\ \dfrac{3+2+0}{3}\right)$ より

$$\underline{\mathrm{G}\left(\boldsymbol{\frac{8}{3}},\ \boldsymbol{\frac{5}{3}}\right)}$$

(2) 3 点から等距離にある点を $(x,\ y)$ とおくと

$$(x-3)^2+(y-3)^2=(x-1)^2+(y-2)^2=(x-4)^2+y^2$$

$$\therefore\quad -6x-6y+18=-2x-4y+5=-8x+16$$

したがって

$$\begin{cases} -6x-6y+18=-2x-4y+5 \\ -2x-4y+5=-8x+16 \end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases} 4x+2y=13 & \cdots\cdots ① \\ 6x-4y=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

これを解くと $x=\dfrac{37}{14}$, $y=\dfrac{17}{14}$ だから　$\underline{\mathrm{P}\left(\boldsymbol{\frac{37}{14}},\ \boldsymbol{\frac{17}{14}}\right)}$

【注意】①，②はそれぞれ AB，BC の**垂直 2 等分線**であり，P は三角形 ABC の**外心**である。