

問題

分点公式

68 点 $(-2, 3)$ と $(5, -1)$ を結ぶ線分の中点の x 座標と y 座標の和の値は である。 (法政大)

69 2 点 $A(-1, -3)$, B を $2:3$ に内分する点 P の座標は $(1, -1)$ であるという。このとき、点 B の座標は である。 (八戸工業大)

70 2 点 $A(2, 1)$, $B(3, 4)$ を結ぶ線分 AB を $3:2$ に外分する点の座標は である。 (八戸工業大)

チェック・チェック

分点公式

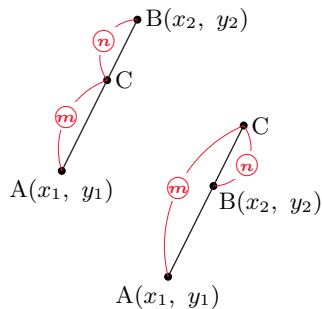
平面上の 2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に内分する点 C の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \right)$$

であり、線分 AB を $m:n$ ($m \neq n$) に外分する点 C の座標は

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n} \right)$$

です。ただし、 $m > 0$, $n > 0$ 。



68 中点は簡単ですね。 AB を $1:1$ に内分する点です。

69 内分する点を与えられていますから、 B の座標を文字で置いて分点公式を用いるとよいでしょう。別解の見方も大切です。

70 外分点の公式を使います。

解答・解説

分点公式

68 点 $(-2, 3)$ と $(5, -1)$ を結ぶ線分の midpoint の座標を (x, y) とおくと

$$x + y = \frac{-2+5}{2} + \frac{3-1}{2} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

69 点 B の座標を (x, y) とおくと、線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P の座標は $(1, -1)$ であるから

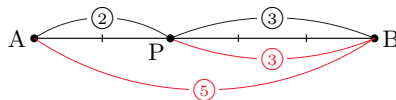
$$\begin{cases} \frac{3 \times (-1) + 2x}{2+3} = 1 \\ \frac{3 \times (-3) + 2y}{2+3} = -1 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} -3 + 2x = 5 \\ -9 + 2y = -5 \end{cases}$$

これを解くと $x = 4, y = 2$ だから、点 B の座標は **B(4, 2)**

別解 条件より AP を 5 : 3 に外分する点が B だから

$$\left(\frac{-3 \times (-1) + 5 \times 1}{5-3}, \frac{-3 \times (-3) + 5 \times (-1)}{5-3} \right)$$

$\therefore (4, 2)$



70 2点 $A(2, 1), B(3, 4)$ を結ぶ線分 AB を 3 : 2 に外分する点は

$$\left(\frac{(-2) \times 2 + 3 \times 3}{3-2}, \frac{(-2) \times 1 + 3 \times 4}{3-2} \right)$$

\therefore **(5, 10)**