問題

対称点，対称移動

77 直線 $3x-y+2=0$ に関して点 A$(-4,\ 0)$ と対称な点 B の座標を求めよ。（兵庫医科大）

78 直線 $y=2x-3$ と，

x 軸に関して対称な直線の方程式は $y=\boxed{}$，

原点に関して対称な直線の方程式は $y=\boxed{}$，

直線 $y=x$ に関して対称な直線の方程式は $y=\boxed{}$

である。（玉川大）

79 (1) 放物線 $y=x^2-2x-1$ を y 軸に関して折り返してつくった放物線の方程式は $y=\boxed{}$ である。

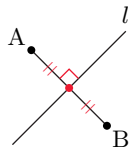
(2) 放物線 $y=x^2-2x-1$ を直線 $y=2$ に関して折り返してつくった放物線の方程式は $y=\boxed{}$ である。（藤田保健衛生大）

チェック・チェック

対称点，対称移動

77 直線 l に関して 2 点 A，B が対称である条件は

$$\begin{cases}\text{線分 AB の中点が } l \text{ 上にある}\\ \text{直線 AB と } l \text{ が直交する}\end{cases}$$



78 図形の移動として

平行移動，対称移動，回転移動

は使えるようにしておきましょう。図形の方程式が $y=f(x)$ のとき

x 軸に関して対称移動すると　$-y=f(x)$

y 軸に関して対称移動すると　$y=f(-x)$

原点に関して対称移動すると　$-y=f(-x)$

直線 $y=x$ に関して対称移動すると　$x=f(y)$

となります。図をかきながら理解しておきましょう。

79 図形の方程式が $y=f(x)$ のとき，直線 $y=k$ に関して対称移動すると

$2k-y=f(x)$

となります。（説明できますね。）

移動する図形が放物線のときは，頂点の移動に着目するのも手です。

解答・解説

対称点，対称移動

77 点 B の座標を $(p,\ q)$ とおくと，線分 AB の中点 $\left(\dfrac{p-4}{2},\ \dfrac{q}{2}\right)$ が直線 $3x-y+2=0$ 上にあることから

$$3\times\frac{p-4}{2}-\frac{q}{2}+2=0 \qquad \therefore\quad 3p-q=8 \ \cdots\cdots ①$$

直線 $3x-y+2=0$ と直線 AB が直交することより，傾きの積が -1 になるから

$$3\times\frac{q}{p+4}=-1 \qquad \therefore\quad p+3q=-4 \ \cdots\cdots ②$$

①，②より　$p=2,\ q=-2$　$\therefore$　B$\underline{\boldsymbol{(2,\ -2)}}$

78 $y=2x-3\cdots\cdots①$

①と x 軸に関して対称な直線の方程式は

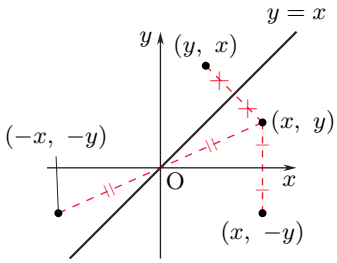
$$-y=2x-3 \qquad \therefore\quad y=\underline{\boldsymbol{-2x+3}}$$

①と原点に関して対称な直線の方程式は

$$-y=2(-x)-3 \qquad \therefore\quad y=\underline{\boldsymbol{2x+3}}$$

①と直線 $y=x$ に関して対称な直線の方程式は

$$x=2y-3 \qquad \therefore\quad y=\underline{\boldsymbol{\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}}}$$



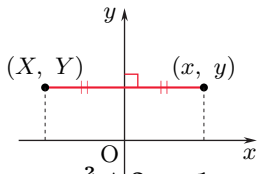
（注意）$y=f(x)$ 上の点 $(x,\ y)$ と，対称移動後の点の関係は右上図の通りです。

79 (1) 放物線 $y=x^2-2x-1\ \cdots\cdots$ ① 上の点 $(x,\ y)$ を y 軸に関して対称移動した点を $(X,\ Y)$ とおくと

$$\begin{cases} X=-x \\ Y=y \end{cases} \qquad \therefore\quad \begin{cases} x=-X \\ y=Y \end{cases}$$

これを①に代入して

$$Y=(-X)^2-2(-X)-1=X^2+2X-1 \qquad \therefore\quad \underline{\boldsymbol{y=x^2+2x-1}}$$



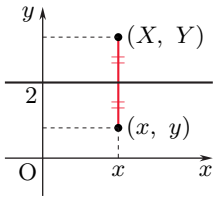
(2) ①上の点 $(x,\ y)$ を直線 $y=2$ に関して対称移動した点を $(X,\ Y)$ とおくと

$$\begin{cases} X=x \\ \dfrac{y+Y}{2}=2 \end{cases} \qquad \therefore\quad \begin{cases} x=X \\ y=4-Y \end{cases}$$

これを①へ代入して

$$4-Y=X^2-2X-1 \qquad Y=-X^2+2X+5$$

$$\therefore\quad \underline{\boldsymbol{y=-x^2+2x+5}}$$



別解 $y=(x-1)^2-2$ の頂点 $(1,\ -2)$ の移動後の座標を考える。

(1) 頂点 $(1,\ -2)$ の移動後の座標は $(-1,\ -2)$ であるから，求める方程式は

$$y=(x+1)^2-2 \qquad \therefore\quad y=x^2+2x-1$$

(2) 頂点 $(1,\ -2)$ の移動後の座標は $(1,\ 6)$ であるから，求める方程式は

$$y=-(x-1)^2+6 \qquad \therefore\quad y=-x^2+2x+5$$