問題

定点を通る直線

84 k を実数とする。直線 $(2k+3)x+(3k+1)y-k-5=0$ は，k の値に関係なく，定点 $\boxed{}$ を通る。 (神奈川大)

85 直線 $(5k+2)x+(-k+1)y+(k-1)=0$ は定点 P を通る。このとき点 P と点 (3, 5) を通る直線の方程式は $y=\boxed{}$ である。 (東海大)

86 2 つの直線 $2x-3y-1=0$，$x+y+1=0$ の交点 A と点 B (1, 2) を通る直線の方程式は $\boxed{}$ である。 (静岡理工科大)

87 2 直線 $2x+3y=1$，$3x+y=5$ の交点を通り，直線 $3x+2y=6$ に平行な直線の方程式は $\boxed{}$ で，垂直な直線の方程式は $\boxed{}$ である。 (広島工業大)

チェック・チェック

定点を通る直線

84 $k(a_1x+b_1y+c_1)+(a_2x+b_2y+c_2)=0$ が **k の値に関係なく成立**する条件は

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$$

です。

85 k の値に関係なく直線は定点 P を通るわけですから，**84** と同じようにPの座標を求め，P と点 (3, 5) を通る直線の方程式を求めることはできますが，これは遠回りです。

$(x,\ y)=(3,\ 5)$ を与式に代入すれば，k の値が決まり，直線の方程式が確定します。

86，**87** 2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ が交点をもつとき

$$\boldsymbol{k(a_1x+b_1y+c_1)+(a_2x+b_2y+c_2)=0} \quad \textbf{（k は定数）}$$

は交点を通る直線の方程式になっています。

交点の座標を求めずに，交点を通る直線の方程式を表すことができるのがこの式の効力です。

解答・解説

定点を通る直線

84 与式を k について整理すると　$k(2x+3y-1)+3x+y-5=0$
よって，**k の値に関わらず**成立するのは
$$\begin{cases} 2x+3y-1=0 \\ 3x+y-5=0 \end{cases}$$
のときであり，求める定点は　$\underline{\mathbf{(2,\ -1)}}$

85 直線が点 $(3,\ 5)$ を通るためには
$$(5k+2)\cdot 3+(-k+1)\cdot 5+(k-1)=0 \qquad \therefore\quad k=-\frac{10}{11}$$
これを与式に代入して
$$-\frac{28}{11}x+\frac{21}{11}y-\frac{21}{11}=0 \qquad \therefore\quad y=\underline{\boldsymbol{\frac{4}{3}x+1}}$$

86 直線 **$k(2x-3y-1)+x+y+1=0$** は 2 直線の交点 A を通る。
点 $B(1,\ 2)$ を通るためには
$$k(2-6-1)+1+2+1=0 \qquad \therefore\quad k=\frac{4}{5}$$
したがって，求める直線の方程式は
$$\frac{4}{5}(2x-3y-1)+x+y+1=0 \qquad \therefore\quad \underline{\boldsymbol{13x-7y+1=0}}$$

87 $k(2x+3y-1)+(3x+y-5)=0\cdots\cdots$① は 2 直線 $2x+3y=1$，$3x+y=5$ の交点を通る直線の方程式である。
$$①：(2k+3)x+(3k+1)y-k-5=0$$
①と直線 $3x+2y=6$ が平行となる条件は
$$2(2k+3)-3(3k+1)=0 \qquad \therefore\quad k=\frac{3}{5}$$
求める直線の方程式は
$$3(2x+3y-1)+5(3x+y-5)=0 \qquad \therefore\quad \underline{\boldsymbol{3x+2y-4=0}}$$
①と直線 $3x+2y=6$ が垂直となる条件は
$$3(2k+3)+2(3k+1)=0 \qquad \therefore\quad k=-\frac{11}{12}$$
求める直線の方程式は
$$11(2x+3y-1)-12(3x+y-5)=0 \qquad \therefore\quad \underline{\boldsymbol{2x-3y-7=0}}$$