問題

2 円の位置関係

103 2 点 P，Q がそれぞれ 2 つの円

$$x^2+y^2-16=0,\quad x^2-2\sqrt{3}x+y^2-2y+3=0$$

の上を動くとき，線分 PQ の長さの最大値と最小値を求めよ。

（東京電機大）

104 円 $(x-8)^2+(y-15)^2=25$ に外接する原点中心の円は $\boxed{}$ であり，内接する原点中心の円は $\boxed{}$ である。（玉川大）

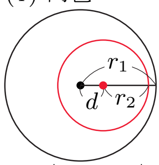
チェック・チェック

2 円の位置関係

103 線分 PQ の長さが最大あるいは最小となるのは，P，Q が 2 円の中心を通る直線上にあるときです。

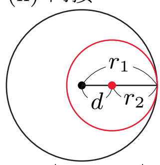
104 2 円の位置関係は，中心間の距離 d と 2 円の半径 r_1，r_2 を調べることによりわかります。

(i) 内包



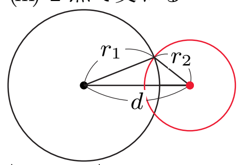
$d<|r_1-r_2|$

(ii) 内接



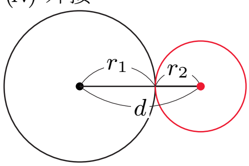
$d=|r_1-r_2|$

(iii) 2 点で交わる



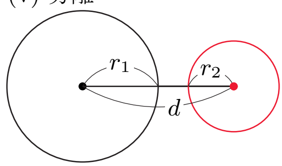
$|r_1-r_2|<d<r_1+r_2$

(iv) 外接



$d=r_1+r_2$

(v) 分離



$d>r_1+r_2$

解答・解説

2 円の位置関係

103 $x^2+y^2=16$ は原点が中心で半径 4 の円であり，$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=1$ は中心が $(\sqrt{3},\ 1)$ で，半径 1 の円である。

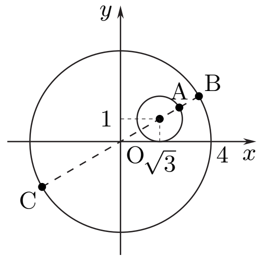
中心間の距離は　$\sqrt{3+1}=2$

図のように A，B，C をとると線分 PQ の最大値は

$$\mathrm{AC}=4+2+1=\underline{\mathbf{7}}$$

線分 PQ の最小値は

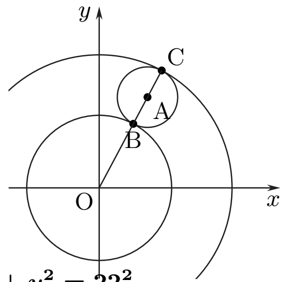
$$\mathrm{AB}=4-2-1=\underline{\mathbf{1}}$$



104 円 C_0：$(x-8)^2+(y-15)^2=25$ は，中心 A(8, 15)，半径 5 の円である。円 C_0 に外接する原点中心の円は，接点を B とすると

$$\text{半径 OB}=\mathrm{OA}-\mathrm{AB}=\sqrt{8^2+15^2}-5=12$$

$$\therefore\ \underline{\boldsymbol{x^2+y^2=12^2}}$$



また，円 C_0 に内接する原点中心の円は，接点を C とすると

$$\text{半径 OC}=\mathrm{OA}+\mathrm{AC}=17+5=22 \qquad \therefore\ \underline{\boldsymbol{x^2+y^2=22^2}}$$