

問題

等差中項

304 正の実数 a について, $2, \frac{1}{a}, a$ がこの順で等差数列をなすとき,

$a = \square$ である。 (立教大)

305 3つの数 a, b, c がこの順で等差数列をなし, その和は 6 で, 平方の和は 44 であるとき, $a = \square, b = \square, c = \square$ である。ただし, $a < b < c$ とする。 (中部大)

チェック・チェック

等差中項

304, 305

a, b, c がこの順で等差数列をなす

$$\iff b - a = c - b \quad (= \text{公差})$$

$$\iff 2b = a + c \quad (\text{等差中項})$$

解答・解説

等差中項

304 $2, \frac{1}{a}, a$ がこの順で等差数列をなすので

$$2 \times \frac{1}{a} = 2 + a \quad \therefore a^2 + 2a - 2 = 0$$

$a > 0$ なので $a = \underline{-1 + \sqrt{3}}$

305 a, b, c がこの順に等差数列をなすので $2b = a + c \dots\dots ①$

また、 $\begin{cases} a + b + c = 6 & \dots\dots ② \\ a^2 + b^2 + c^2 = 44 & \dots\dots ③ \end{cases}$ であるから、①を②に代入すると

$$3b = 6 \quad \therefore b = \underline{2}$$

①, ③に代入すると

$$\begin{cases} a + c = 4 \\ a^2 + c^2 = 40 \end{cases}$$

c を消去すると

$$a^2 + (4 - a)^2 = 40 \quad \therefore a = 6, -2$$

$a < b < c$ であるから $a = \underline{-2}, c = \underline{6}$