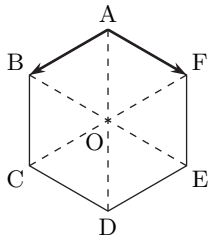
問題

有向線分

355 正六角形 ABCDEF において，その中心を O とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とおいて，次のものを $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表しなさい。

$\overrightarrow{AO}=\boxed{}$，$\overrightarrow{BF}=\boxed{}$，$\overrightarrow{AC}=\boxed{}$

（北海道工業大　改）



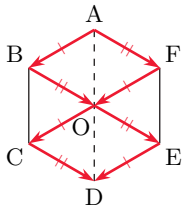
356 点 A，B，C，D の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ とする。四角形 ABCD が平行四辺形になるのは，位置ベクトルの間に $\vec{d}=\boxed{}$ の関係があるときである。

（大阪薬科大）

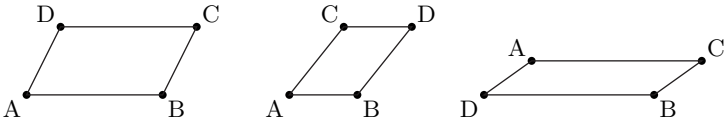
チェック・チェック

有向線分

355 正六角形は 6 個の正三角形を貼り合わせてつくることができます。右図のように等しいベクトルがあちこちに現れます。



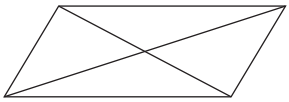
356 A，B，C，D を 4 頂点とする平行四辺形は下の 3 つが考えられますが



平行四辺形 ABCD となると左の 1 通りに決まります。真ん中，右については平行四辺形 ABDC，ADBC といいます。

四角形が**平行四辺形となる条件**は，次の (i)〜(v) のいずれかをみたすことです。

(i) 2 組の対辺が平行である（定義）
(ii) 2 組の対辺の長さがそれぞれ等しい
(iii) 2 組の対角がそれぞれ等しい
(iv) 1 組の対辺が平行でかつ長さが等しい
(v) 対角線の中点が一致する



(iv) または (v) の条件がベクトルに適していますね。

解答・解説

有向線分

355 $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \underline{\boldsymbol{\vec{a} + \vec{b}}}$

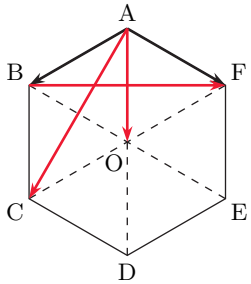
$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AB} = \underline{\boldsymbol{\vec{b} - \vec{a}}}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO}$

$= \vec{a} + (\vec{a} + \vec{b})$

$= \underline{\boldsymbol{2\vec{a} + \vec{b}}}$



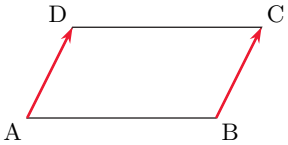
356 四角形 ABCD が平行四辺形になるのは

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$　(AD // BC かつ AD = BC)

であるから

$\vec{d} - \vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$

$\therefore\ \vec{d} = \underline{\boldsymbol{\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}}}$



別解 対角線の中点の一致条件

$$\frac{\vec{a} + \vec{c}}{2} = \frac{\vec{b} + \vec{d}}{2}$$

より求めると

$\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$

$\therefore\ \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$