問題

成分表示

357 平面ベクトル $\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(2,\ 1)$ および $\vec{c}=(11,\ 10)$ がある。$\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$ をみたすとき，$(x,\ y)=$ $\boxed{}$ である。（東北学院大）

358 $\vec{a}=(1,\ 1)$，$\vec{b}=(1,\ 3)$ とする。$\begin{cases}\vec{x}+2\vec{y}=\vec{a}\\ \vec{x}-3\vec{y}=\vec{b}\end{cases}$ をみたす $\vec{x}$，$\vec{y}$ を求めよ。（小樽商科大）

359 xy 平面上の 3 点 $(1,\ 2)$，$(2,\ 4)$，$(3,\ 1)$ にあと 1 点 A を加えることにより，それらが平行四辺形の 4 つの頂点になるとする。このとき，A の座標をすべて求めよ。（関西大　改）

チェック・チェック

成分表示

357 2 つのベクトル $\vec{p}=(p_1,\ p_2)$，$\vec{q}=(q_1,\ q_2)$ に対して

(i) 相等　$\vec{p}=\vec{q} \iff p_1=q_1$ かつ $p_2=q_2$

(ii) 加法　$\vec{p}+\vec{q}=(p_1+q_1,\ p_2+q_2)$

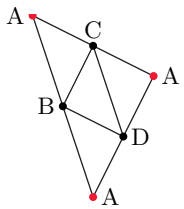
(iii) 減法　$\vec{p}-\vec{q}=(p_1-q_1,\ p_2-q_2)$

(iv) 実数倍　$k\vec{p}=(kp_1,\ kp_2)$

が成り立ちます。

358 ベクトルの連立方程式ですが，**数のときと同じように** 1 文字消去を考えていきましょう。

359 与えられた 3 点をそれぞれ B，C，D とおくとき，A，B，C，D を 4 頂点とする平行四辺形は右のように 3 通りが考えられます。



解答・解説

成分表示

357 $\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$ より

$$\begin{aligned}(11,\ 10)&=x(1,\ 2)+y(2,\ 1)\\&=(x+2y,\ 2x+y)\end{aligned}$$

であるから

$$\begin{cases}x+2y=11\\2x+y=10\end{cases}$$

$$\therefore\quad (x,\ y)=\underline{\mathbf{(3,\ 4)}}$$

358 $\begin{cases}\overrightarrow{x}+2\overrightarrow{y}=\overrightarrow{a}\ \cdots\cdots\ ①\\\overrightarrow{x}-3\overrightarrow{y}=\overrightarrow{b}\ \cdots\cdots\ ②\end{cases}$

① − ② より

$$5\overrightarrow{y}=\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(1,\ 1)-(1,\ 3)=(0,\ -2)$$

$$\therefore\quad \underline{\overrightarrow{\boldsymbol{y}}=\left(\mathbf{0},\ -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)}$$

このとき，①から

$$\overrightarrow{x}=\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{y}=(1,\ 1)-2\left(0,\ -\frac{2}{5}\right)=\underline{\left(\mathbf{1},\ \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}\right)}$$

359 B(1, 2)，C(2, 4)，D(3, 1) とおく。

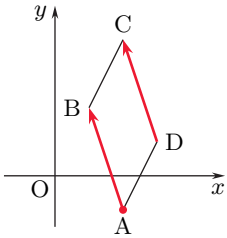
(i) 四角形 ADCB が平行四辺形となるとき

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

が成り立つ。よって

$$\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$$

$$\therefore \quad \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$$
$$= (1,\ 2) - (2,\ 4) + (3,\ 1)$$
$$= (2,\ -1)$$



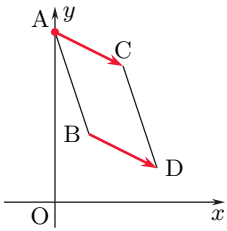
(ii) 四角形 ABDC が平行四辺形となるとき

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$$

が成り立つ。よって

$$\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB}$$

$$\therefore \quad \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$$
$$= (1,\ 2) + (2,\ 4) - (3,\ 1)$$
$$= (0,\ 5)$$



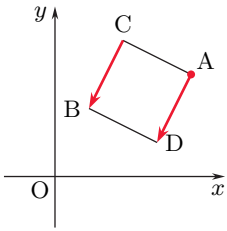
(iii) 四角形 ACBD が平行四辺形となるとき

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$$

が成り立つ。よって

$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$$

$$\therefore \quad \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$$
$$= -(1,\ 2) + (2,\ 4) + (3,\ 1)$$
$$= (4,\ 3)$$



以上より，求める A の座標は

(2, −1)，(0, 5)，(4, 3)