

問題

平行条件

360 $\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{b} = (1, -4)$, $\vec{c} = (-1, 2)$ とする。 $\vec{a} + t\vec{b}$ が \vec{c} と平行であるとき、実数 t の値は である。(工学院大)

361 2つのベクトル $\vec{a} = (s, 3s - 1, s - 1)$, $\vec{b} = (t - 1, 4, t - 3)$ が平行であるとき s, t の値を求めよ。(大阪工業大)

362 3点 $A(2, 3, 4)$, $B(3, -2, -1)$, $C(m, n, 5)$ が同一直線上にあるとき、 $m = \text{$, $n = \text{$ である。(立教大)

チェック・チェック

平行条件

360, **361** $\vec{0}$ でない2つのベクトル \vec{p} , \vec{q} が平行である条件は、平面でも空間でも $\vec{p} = k\vec{q}$ をみたま実数 k ($\neq 0$) が存在する ……(*)

ことである。

とくに、 \vec{p} , \vec{q} が平面ベクトルで、 $\vec{p} = (p_1, p_2)$, $\vec{q} = (q_1, q_2)$ のとき

$$(*) \iff \begin{cases} p_1 = kq_1 \\ p_2 = kq_2 \end{cases} \iff p_1 : p_2 = q_1 : q_2 \iff p_1q_2 - p_2q_1 = 0$$

362 A, B, C が同一直線上にあるということは、 $\vec{AB} \parallel \vec{AC}$ ということですね。

解答・解説

平行条件

$$\text{360} \quad \vec{a} + t\vec{b} = (3, -2) + t(1, -4) = (3+t, -2-4t)$$

これが $\vec{c} = (-1, 2)$ と平行であるための条件は

$$\vec{a} + t\vec{b} = k\vec{c} \quad \text{となる実数 } k (\neq 0) \text{ が存在する}$$

ことであるから

$$\begin{cases} 3+t = -k \\ -2-4t = 2k \end{cases} \quad \therefore \underline{t=2}, \quad k = -5$$

別解 $(3+t, -2-4t) \parallel (-1, 2)$ より

$$\begin{aligned} (3+t) : (-2-4t) &= (-1) : 2 \\ 2+4t &= 2(3+t) \quad \therefore t=2 \end{aligned}$$

361 2つのベクトル $\vec{a} = (s, 3s-1, s-1)$, $\vec{b} = (t-1, 4, t-3)$ が平行であるための条件は

$$\vec{a} = k\vec{b} \quad \text{をみたす実数 } k (\neq 0) \text{ が存在する}$$

ことであるから

$$\begin{cases} s = k(t-1) & \dots\dots \text{①} \\ 3s-1 = 4k & \dots\dots \text{②} \\ s-1 = k(t-3) & \dots\dots \text{③} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{③} \text{ より} \quad 1 = 2k \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ を②に代入して} \quad 3s-1 = 2 \quad \therefore \underline{s=1}$$

$$\text{これらを③に代入して} \quad 0 = \frac{1}{2}(t-3) \quad \therefore \underline{t=3}$$

362 A(2, 3, 4), B(3, -2, -1), C(m, n, 5) が同一直線上にある条件は

$$\vec{AC} = k\vec{AB} \quad \text{となる実数 } k \text{ が存在する}$$

ことであるから

$$\begin{cases} m-2 = k \\ n-3 = -5k \\ 1 = -5k \end{cases}$$

第3式より $k = -\frac{1}{5}$ となるので、求める m, n は

$$m = 2 + k = 2 - \frac{1}{5} = \underline{\underline{\frac{9}{5}}}, \quad n = 3 - 5k = 3 - 5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \underline{\underline{4}}$$