

1 分数関数，無理関数，逆関数と合成関数

1.1 分数関数のグラフ

問題

76 x の関数 $y = \frac{-2x-6}{x-3}$ のグラフは双曲線 $y = \frac{a}{x}$ を x 軸方向に b 、 y 軸方向に c だけ平行移動したものである。 a 、 b 、 c の値を求めよ。

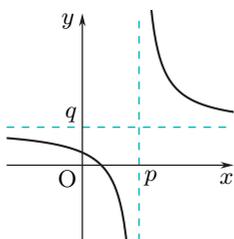
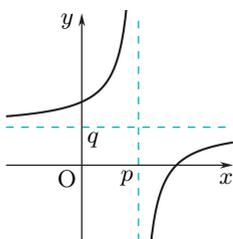
(麻布大 改)

77 関数 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ のグラフが、 $x=3$ と $y=1$ を漸近線とし、さらに点 $(2, 2)$ を通るとき、 b の値を求めよ。

(防衛大)

チェック・チェック

76、**77** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0$, $ad-bc \neq 0$) のグラフは、 $y = \frac{k}{x-p} + q$ と変形することで、 $y = \frac{k}{x}$ を x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものとわかります。これは $x=p$ 、 $y=q$ が漸近線となる直角双曲線です。

 $k > 0$ のとき $k < 0$ のとき

解答・解説

76 $y = \frac{-2x-6}{x-3} = \frac{-2(x-3)-12}{x-3} = -2 - \frac{12}{x-3}$ より, これは $y = -\frac{12}{x}$ を x 軸方向に 3, y 軸方向に -2 だけ平行移動したものである。よって

$$\underline{a = -12, b = 3, c = -2}$$

77 $y = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{a(x+c)+b-ac}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c}$
 $x = 3, y = 1$ が漸近線であることから $c = -3, a = 1$

点 $(2, 2)$ を通るから $2 = \frac{2a+b}{2+c} = \frac{2+b}{2+(-3)} \quad \therefore \underline{b = -4}$