

2.6 循環小数

問題

- 105 (1) 循環小数は、たとえば、 $3.21818181\dots$ の場合、 $3.\dot{2}\dot{1}\dot{8}$ と表される。
 $\frac{1}{99}$ をこのような循環小数で表すと であり、 $3.\dot{2}\dot{1}\dot{8}$ を既約分数で表す
と である。 (福岡大)

- (2) $0.\dot{3}0\dot{6}$ を既約分数で表すと、 となる。 (神奈川工科大)

チェック・チェック

- 105 同じ数字の列を無限に繰り返す小数を**循環小数**といい、循環節（繰り返される数字の列）の始めと終わりの数字の上には \cdot をつけます。

$$\begin{aligned}0.3\dot{6} &= 0.3666\dots \\&= 0.3 + 0.06 + 0.006 + 0.0006 + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.\dot{3}\dot{6} &= 0.363636\dots \\&= 0.36 + 0.0036 + 0.000036 + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.\dot{3}0\dot{6} &= 0.306306306\dots \\&= 0.306 + 0.000306 + 0.000000306 + \dots\end{aligned}$$

解答・解説

105 (1)わり算を実行すると

$$\frac{1}{99} = \underline{0.\dot{0}\dot{1}}$$

$$\begin{array}{r} 0.0101\cdots \\ 99) 100 \\ \underline{-99} \\ \hline 100 \\ \underline{-99} \\ \hline 1\cdots \end{array}$$

また

$$3.2\dot{1}\dot{8} = 3.2 + 0.018 + 0.00018 + 0.0000018 + \dots$$

$$\begin{aligned} &= \frac{32}{10} + \frac{18}{1000} + \frac{18}{1000} \cdot \frac{1}{100} + \frac{18}{1000} \cdot \left(\frac{1}{100}\right)^2 + \dots \\ &= \frac{32}{10} + \frac{\frac{18}{1000}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{32}{10} + \frac{18}{990} = \frac{16}{5} + \frac{1}{55} = \underline{\frac{177}{55}} \end{aligned}$$

$$(2) 0.\dot{3}0\dot{6} = 0.306 + 0.000306 + 0.000000306 + \dots$$

$$\begin{aligned} &= \frac{306}{1000} + \frac{306}{1000} \cdot \frac{1}{1000} + \frac{306}{1000} \cdot \left(\frac{1}{1000}\right)^2 + \dots \\ &= \frac{306}{1000} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1000}} = \frac{306}{999} = \underline{\frac{34}{111}} \end{aligned}$$