

1 確率の定義

【1】

A を含む男子 4 人と B を含む女子 5 人が 1 列に並ぶ. このとき, A と B が隣り合う確率は \boxed{e} である. また, 男子が隣り合わない確率は \boxed{f} である.

(13 神奈川大 理・工 1(5))

(解答)

【2】

1 から 9 までの番号をつけた 9 枚のカードがある. これらを実験として 1 列に並べる試行を行う.

- (1) 下記の条件 (A) が成り立つ確率を求めよ.
- (2) 下記の条件 (B) が成り立つ確率を求めよ.
- (3) 条件 (A), (B) が同時に成り立つ確率を求めよ.

ただし, 条件 (A), (B) は次のとおりである.

- (A) 番号 1 のカードと番号 2 のカードは隣り合わない.
- (B) 番号 8 のカードと番号 9 のカードの間には, ちょうど 1 枚のカードがある.

(13 千葉大 4)

(解答)

【3】

6 個のさいころを同時に投げるとき, ちょうど 4 種類の目が出る確率を既約分数で表せ.

(13 東京工大 1(2))

(解答)

【4】

A, B, C 3つの袋があり, A には赤球 2 個と白球 2 個, B には白球 1 個と青球 3 個, さらに, C には赤球 2 個と白球 1 個と青球 1 個が入っている. いま, A から 1 個の球を取り出し, B から 1 個の球を取り出し, C から 1 個の球を取り出す.

- (i) 取り出した 3 個の球の色が 1 種類となる確率は $\boxed{\text{シ}}$ である.
- (ii) 取り出した 3 個の球の色が 2 種類となる確率は $\boxed{\text{ス}}$ である.
- (iii) 取り出した 3 個の球の色が 3 種類となる確率は $\boxed{\text{セ}}$ である.

(13 北里大 医 1(4))

(解答)

【 5 】

以下の にあてはまる式または数値を、解答用紙(省略)の所定の欄に記入せよ。
 xy 平面を考える。大小2個のさいころを投げて、大のさいころの目の数を x 座標、
 小のさいころの目の数を y 座標とする点を P とする。もう一度、大小2個のさい
 ころを投げて、大のさいころの目の数を x 座標、小のさいころの目の数を y 座標とす
 る点を Q とする。

- (1) 点 P が直線 $l: y = x$ 上にある確率は ア である。
- (2) 点 P が不等式 $y > x$ で表される領域にある確率は イ である。
- (3) 点 P と点 Q が異なる確率は ウ である。
- (4) 2点 P, Q がどちらも直線 $l: y = x$ 上になく、かつ線分 PQ が l と共有点をも
 つ確率は エ である。
- (5) 線分 PQ の長さが1である確率は オ である。

(13 京都産大 理・コン理工・総合生命 2)

(解答)

【 6 】

n 人でじゃんけんを1回する。ただし、どの人もグー、チョキ、パーを出す確率は
 等しくそれぞれ $\frac{1}{3}$ とする。また、「あいこ」とはじゃんけんでは勝者が1人もいない状
 態のこととする。このとき次の間に答えよ。

- (1) $n = 3$ のとき、「あいこ」となる確率を求めよ。
- (2) $n = 4$ のとき、勝者が1人である確率および勝者が2人である確率をそれぞれ求
 めよ。
- (3) $n = 3, 4, 5, \dots$ のとき「あいこ」となる確率を n を用いて表せ。

(13 東京海洋大 海洋科学 3)

(解答)

2 確率の計算

【7】

袋の中に、赤球 5 個、白球 4 個の計 9 個の球が入っている。袋の中から同時に 3 個の球を取り出すとき、取り出した 3 個が同じ色である確率は $\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$

取り出した 3 個のうち、少なくとも 1 個は赤球である確率は $\frac{\boxed{8} \boxed{9}}{\boxed{10} \boxed{11}}$

(13 関東学院大 理工・建築・環境 1(2))

(解答)

【8】

A, B, C, D の 4 人が自分の名前を書いたカードを 1 枚ずつ持っている。これらのカードを一度集めてから 1 枚ずつ全員に無作為に配るとする。

- (1) A または B が自分の名前のカードを受け取る確率を求めよ。
- (2) 全員が自分の名前のカードを受け取らない確率を求めよ。

(13 静岡文芸大 デザイン 7)

(解答)

【9】

3 つのサイコロを同時に投げるとき、出た目の最大値が 6 となる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ であり、出た目の最大値と最小値の組が (6, 1) となる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(13 南山大 情報理工 1(5))

(解答)

3 条件付き確率

【10】

箱の中に赤玉が2個，青玉が3個，白玉が4個入っている。

- (1) この箱の中から3個の玉を同時に取り出したとき，全て同じ色である確率は である。
- (2) この箱の中から1つずつ玉を取り出し，青玉が出たときに終了する．終了時に4個以上の玉を取り出している確率は である．ただし，取り出した玉は箱に戻さないものとする．
- (3) この箱の中から1つずつ玉を取り出し，青玉が3個出たときに終了する．ちょうど玉を5個取り出したときに終了する確率は である．ただし，取り出した玉はそのたびに箱に戻すものとする．

(13 早稲田大 国際教養 3)

(解答)

【11】

同じ大きさの白玉6個と赤玉4個が袋の中に入っている．この袋の中から同時に3個の玉をとりだして目印をつけてから袋にもどし，再び袋の中から1個の玉をとりだす．2回目にとりだされた玉が目印のついた白玉である確率は

$$\frac{\text{サ}}{\text{シス}}$$

である．

(13 玉川大 工・農 2月2日 2(3))

(解答)

【12】

青玉10個，黄玉10個，黒玉10個，緑玉10個，赤玉10個の合計50個が入った壺がある．最初に1個とり出して，見ずに箱にしまっておく．その後，壺から1個ずつ玉を戻さずに3回とり出したら，3個とも赤玉であった．箱にしまっておいた玉が赤玉である確率は ．

(13 小樽商大 3(2))

(解答)

4 独立試行

【 13 】

赤玉 3 個，白玉 2 個が入っている袋から 1 個の玉を取り出して，玉の色を確かめてから元に戻す．この試行を 3 回繰り返す．赤玉が 2 回以上に出る確率を求めよ．

(13 茨城大 後期 工 1(5))

(解答)

【 14 】

ボタンを押すと X, Y, Z いずれかの文字が画面に表示される機械がある．その機械では，X と Y が表示される確率は，等しくかつ Z が表示される確率の 2 倍である，とする．

いま，ボタンを 5 回続けて押す．このとき，(XYZYX のように) X, Y, Z すべての文字が少なくとも 1 回表示される確率を求めよ ．

(13 横浜市大 医 1(3))

(解答)

【 15 】

数直線上を動く点 P が原点の位置にある．赤玉が 2 個と白玉が 1 個入った袋から玉を 1 個取り出して，色を確認してから玉を袋に戻し，取り出した玉が赤玉だったら P を正の向きに 3 だけ進め，白玉だったら P を負の向きに 2 だけ進める．この操作を 5 回繰り返す．このとき，点 P の座標が 15 になる確率は である．また，点 P の座標が になる確率をもっとも高く，その確率は である．

(13 明治学院大 全学部 2 月 1 日 1(3))

(解答)

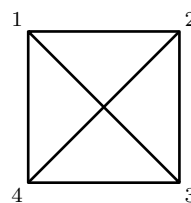
【 16 】

右図の1で示される頂点に石を一つ置く．さいころを1回投げるたびに，次の規則 (I)，(II)，(III) にしたがって石を動かす．

(I) 出た目が1または2の場合，太線に沿って時計回りに隣の頂点へ動かす．

(II) 出た目が3または4の場合，太線に沿って反時計回りに隣の頂点へ動かす．

(III) 出た目が5または6の場合，対角線に沿って向かいの頂点へ動かす．



ただし，さいころの目の出方は同様に確からしいとする．次の問いに答えよ．

- (1) さいころを2回投げたとき，石が1で示される頂点に戻る確率 p_1 を求めよ．
- (2) さいころを3回投げたとき，石が1で示される頂点に戻る確率 p_2 を求めよ．
- (3) さいころを4回投げたとき，石が1で示される頂点に戻る確率 p_3 を求めよ．

(13 広島大 後期 総合科学(理系) 1)

(解答)

【 17 】

次の規則に従って座標平面を動く点 P がある．2個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする．

(i) X が4の倍数ならば，点 P は x 軸方向に -1 動く．

(ii) X を4で割った余りが1ならば，点 P は y 軸方向に -1 動く．

(iii) X を4で割った余りが2ならば，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く．

(iv) X を4で割った余りが3ならば，点 P は y 軸方向に $+1$ 動く．

たとえば，2と5が出た場合には $2 \times 5 = 10$ を4で割った余りが2であるから，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く．

以下のいずれの問題でも，点 P は原点 $(0, 0)$ を出発点とする．

- (1) 2個のサイコロを1回投げて，点 P が $(1, 0)$ にある確率を求めよ．
- (2) 2個のサイコロを1回投げて，点 P が $(0, 1)$ にある確率を求めよ．
- (3) 2個のサイコロを3回投げて，点 P が $(2, 1)$ にある確率を求めよ．

(13 北海道大 文系 2)

(解答)

【 18 】

袋の中に 1, 2, 3, 4, 5 の番号が 1 つずつ書かれた 5 つの玉が入っている. この中から無作為に 1 個の玉を取り出し, 玉に書かれている数字を記録したのち袋に戻すという操作を行う. その操作を繰り返し, 記録された数字の和が 3 の倍数になった時点で終了する. ただし, 1 回目で 3 の倍数が出た場合は, その時点で終了とする. n 回目の操作で終了する確率を p_n とする.

- (1) p_1, p_2 を求めよ.
- (2) $n \geq 3$ のとき, p_n を n の式で表せ.

(13 東北大 後期 理 4 経 3)

(解答)

【 19 】

投げたとき表が出る確率と裏が出る確率が等しい硬貨を用意する. 数直線上に石を置き, この硬貨を投げて表が出れば数直線上で原点に関して対称な点に石を移動し, 裏が出れば数直線上で座標 1 の点に関して対称な点に石を移動する.

- (1) 石が座標 x の点にあるとする. 2 回硬貨を投げたとき, 石が座標 x の点にある確率を求めよ.
- (2) 石が原点にあるとする. n を自然数とし, $2n$ 回硬貨を投げたとき, 石が座標 $2n$ の点にある確率を求めよ.

(13 京都大 文 5)

(解答)

5 確率と漸化式

【 20 】

次の空欄 から に当てはまるもの (数・式など) を解答用紙 (省略) の所定の欄に記入せよ.

A と B を数直線上の異なる 2 点とする. 点 P はこの 2 点 A, B のいずれかの上にあり, 1 回の操作で次のように動く.

- 点 P が A 上にあるときは, $\frac{1}{3}$ の確率で B に移り, $\frac{2}{3}$ の確率で A にとどまる.
- 点 P が B 上にあるときは, $\frac{1}{4}$ の確率で A に移り, $\frac{3}{4}$ の確率で B にとどまる.

操作を 1 度もしていない時点では点 P は A 上にあるとする. 操作を n 回おこなった後に点 P が A 上にある確率を p_n とする. 次の問いに答えよ.

- (1) $p_1 =$, $p_2 =$ である.
- (2) p_{n-1} を用いて p_n を表すと $p_n =$ となる.
- (3) 数列 $\{p_n\}$ の一般項は $p_n =$ となる.
- したがって, $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n =$ である.

(13 明治大 総合数理 3)

(解答)

【 21 】

点 P は数直線上を動くものとする. 1 個のさいころを投げて, 奇数の目が出たときには P は正の向きに 1 だけ進み, 偶数の目が出たときには P は正の向きに 2 だけ進む. n を自然数とする. さいころを続けて投げて, 出発点から P が進んだ距離が n 以上になったら, そこでさいころを投げるのをやめるものとする. このときに, 出発点から P が進んだ距離がちょうど n である確率を a_n とする. また, $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めよ.
- (2) a_{n+2} を a_{n+1}, a_n を用いて表せ.
- (3) b_{n+1} を b_n を用いて表せ.
- (4) b_n, a_n を求めよ.

(13 大阪市大 文系 4)

(解答)

【 22 】

正四面体 ABCD を考える. 点 P は, 時刻 0 では頂点 A にあり, 1 秒ごとに, 今いる頂点から他の 3 頂点のいずれかに, 等しい確率で動くとする. n を 0 以上の整数とし, 点 P が n 秒後に A, B, C, D にある確率を, それぞれ p_n, q_n, r_n, s_n とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) $n \geq 1$ に対し $q_n = r_n = s_n$ となることを数学的帰納法で証明せよ.
- (2) $n \geq 1$ に対し p_n, q_n を p_{n-1}, q_{n-1} で表せ. ただし, $p_0 = 1, q_0 = 0$ とする.
- (3) $c_n = p_n - q_n$ において c_n の一般項を求めよ.
- (4) p_n の一般項を求めよ.

(13 三重大 医 3)

(解答)