1 3辺の長さが5，6，7の三角形をTとする。

(1) Tの面積を求めよ。

(2) Tを底面とする高さ4の直三角柱の内部に含まれる球の半径の最大値を求めよ。ただし，直三角柱とは，すべての側面が底面と垂直であるような三角柱である。

2 nを自然数とする。

(1) 二項定理を用いて$(z+z^{-1})^{2n}$を展開せよ。ただし，zは0でない複素数とする。

(2) $z=\cos\theta+i\sin\theta$とおき，(1)の展開式を用いて，等式

$$(2\cos\theta)^{2n}={}_{2n}\mathrm{C}_0\cos(2n\theta)+{}_{2n}\mathrm{C}_1\cos(2(n-1)\theta)+\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_k\cos(2(n-k)\theta)+\cdots\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n}\cos(-2n\theta)$$

が成り立つことを示せ。ただし，iは虚数単位である。

(3) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos\theta)^{2n}d\theta=\frac{(2n)!\,\pi}{2^{2n+1}(n!)^2}$$

3 実数 c に対して，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = c,\ a_{n+1} = a_n - \frac{1}{2}|a_n| + 1 \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

によって定める。

(1) $c \geqq 0$ とする。このとき，すべての n に対して $a_n \geqq 0$ が成り立つことを示せ。さらに，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $c < 0$ とする。このとき，すべての n に対して $a_n < 0$ が成り立つような実数 c の値の範囲を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ が収束するような実数 c の値の範囲を求めよ。

4 a，b を実数とし，放物線 $y = (x-a)^2 + b$ を Q とおく。また，直線 $y = x - 1$ を ℓ とおく。Q と ℓ は共有点を持たないか，あるいは1点で接しているとする。

(1) a，b の満たす条件を求めよ。

(2) Q 上の点のうち ℓ までの距離が最小となるものをAとおく。また，Q 上の点Bにおける Q の接線は，点Cにおいて ℓ と垂直に交わっているとする。このとき，3点A，B，Cの座標を a，b を用いて表せ。

(3) a，b がさらに条件

$$a \geqq 0,\ b \leqq 2,\ b \leqq 2a + 1$$

を満たすとき，(2)で求めた3点を頂点とする△ABCの面積の最大値と最小値を求めよ。