

## 北海道大学 入試問題の利用について

北海道大学学務部入試課

本学では、入試問題の使用については特に制限を設けておりませんが、以下の条件に留意の上、適切にご使用願います。

- ① 本学入試問題の著作権は、北海道大学に帰属します。
- ② 入試問題を利用する団体等が、出典を明示すること、責任の所在を明確にすることが必要です。
- ③ 本学試験問題を原本どおり使用できない場合には、改変したことを必ず明示願います。
- ④ 二次利用する場合において、問題に引用されている作品等がある場合には、使用する団体等が責任をもって、本学に対してではなくそれぞれの著作権者（作品の著者等）に対して、著作権処理を行っていただく必要があります。
- ⑤ 解答・解説等を掲載するに当たっては、閲覧される方が、「本学が公表している解答例・解説」と誤解してしまうことがないように、掲載方法等についてご配慮願います。

**【問い合わせ先】**

北海道大学学務部入試課

〒060-0817 札幌市北区北17条西8丁目

TEL : 011-706-7484 FAX : 011-706-7488

# 数 学

12 : 20 ~ 14 : 00

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は 3 ページある。

3. 解答用紙は
 

解答用紙番号
数学 0—1

 (問①用),
 

解答用紙番号
数学 0—2

 (問②用),
 

解答用紙番号
数学 0—3

 (問③用),
 

解答用紙番号
数学 0—4

 (問④用)

の 4 枚である。

4. 解答用紙は 4 枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下 2 箇所)は、監督者の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は、それぞれ 3 で指定された解答用紙に記入せよ。  
ただし、裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 以下で  $e$  は自然対数の底である。必要ならば  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$  を用いてもよい。

(1)  $t > 0$  のとき、 $e$  と  $(1 + \frac{1}{t})^t$  の大小を判定し、その結果が正しいことを示せ。

(2)  $t > 0$  のとき、 $e^{1 - \frac{1}{2t}}$  と  $(1 + \frac{1}{t})^t$  の大小を判定し、その結果が正しいことを示せ。

2 座標平面上にある放物線  $y = x^2$  を  $C$  とし、 $C$  上の 2 点  $A(\alpha, \alpha^2)$  と  $B(\beta, \beta^2)$  を考える。ただし、 $\alpha < \beta$  とする。 $C$  の  $A$  における接線  $l_1$  と、 $B$  における接線  $l_2$  との交点を  $P$  とする。また、 $A$  を通り  $l_1$  と直交する直線  $m_1$  と、 $B$  を通り  $l_2$  と直交する直線  $m_2$  との交点を  $Q$  とする。さらに、3 点  $A, B, Q$  を通る円の中心を点  $S(s, t)$  とする。

(1)  $P$  と  $Q$  の座標を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ。

(2)  $s$  と  $t$  を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ。

(3)  $\alpha, \beta$  が  $\alpha < \beta$  かつ  $s = 0$  をみたしながら動くとき、 $t$  のとりうる値の範囲を求めよ。

3  $p$  を 3 以上の素数とする。箱 S には 1 から  $p$  までの番号札が 1 枚ずつ計  $p$  枚入っており、箱 T には 1 から  $4p$  までの番号札が 1 枚ずつ計  $4p$  枚入っている。箱 S と箱 T から番号札を 1 枚ずつ取り出し、書かれている数をそれぞれ  $X, Y$  とする。

(1)  $X$  と  $Y$  の積が  $p$  で割り切れる確率を求めよ。

(2)  $X$  と  $Y$  の積が  $2p$  で割り切れる確率を求めよ。

4 以下の問いに答えよ。

(1)  $\alpha$  は  $\alpha > 1$  をみたま実数とする。2 以上の自然数  $n$  に対して、不等式

$$1 - \frac{1}{(n+1)^{\alpha-1}} \leq (\alpha-1) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^{\alpha}} \leq \alpha - \frac{1}{n^{\alpha-1}}$$

が成り立つことを示せ。

(2) 3 以上の自然数  $n$  に対して、不等式

$$\frac{3}{2} - \log 3 \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \log n \leq 1$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\log x$  は  $x$  の自然対数である。

R—5 ②

受験番号	B						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0—1

42—0—1

1

4枚の解答用紙と4枚の下書き用紙がある。  
下書き用紙は回収しない。

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも  
記入すること。)

数 学 解 答 用 紙  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

選抜区分
B

R—5 ②

注意

1. この欄の座席番号も必ず記入すること。
2. ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0—1

42—0—1

座席番号

10 11 12

※採点表
問題1
0

13 14 15

R-5 (B)

受験番号	B								
------	---	--	--	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-2

42-0-2

2

数 学 解 答 用 紙  
(裏面を使用してはならない)

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも記入すること。)

※ 採点欄

選抜区分
B

R-5 (B)

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-2

42-0-2

座席番号

10 11 12

※採点表
問題 2
0

13 14 15

R-5 (B)

受験番号	B						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-3

42-0-3

3

数学解答用紙  
(裏面を使用してはならない)

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも) 記入すること。

※ 採点欄

選抜区分
B

R-5 (B)

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-3

42-0-3

座席番号

10 11 12

※採点表
問題3
0

13 14 15

R-5 ②

受験番号	B						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-4

42-0-4

4

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも記入すること。)

数学解答用紙  
(裏面を使用してはならない)

※採点欄

選抜区分
B

R-5 ②

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-4

42-0-4

座席番号

10 11 12

※採点表
問題4
0

13 14 15