令和２年度第１年次入学者選抜学力検査問題

数　　　学

注　意　事　項

1　試験開始の合図まで，問題冊子を開いてはいけません。

2　問題冊子の枚数は，表紙，白紙を含めて６枚です。

3　問題は４問あります。全問解答してください。

4　解答用紙が７枚と計算用紙が１枚あります。
　すべての解答用紙と計算用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。

5　解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。解答を裏面に記入してはいけません。

6　落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあれば，ただちに申し出てください。

7　試験終了時刻まで退出してはいけません。

8　問題冊子は持ち帰ってください。

このページは白紙です。

［１］以下の問いに答えよ。ただし，nは自然数とする。

(1) 7^nを6で割った余りは1であることを証明したい。

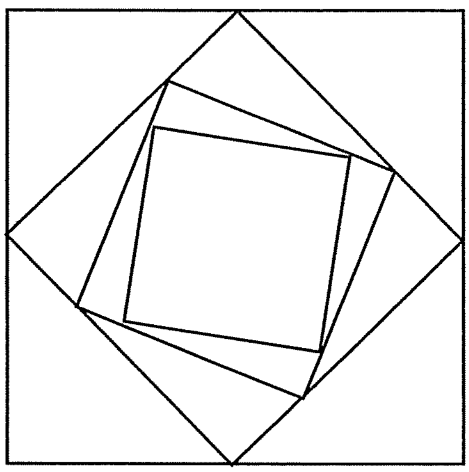
ア．数学的帰納法を用いて証明せよ。

イ．二項定理を用いて証明せよ。

(2) 1辺の長さが1の正方形の面積をS_0とする。下図に示すように，この正方形の各辺を1:1に内分する4点を頂点とする正方形を作り，その面積をS_1とする。さらに，新しくできた正方形の各辺を2:1に内分する4点を頂点とする正方形を作り，その面積をS_2とする。次に面積S_2の正方形の各辺を3:1に内分する4点を頂点とする正方形を作り，その面積をS_3とする。以下，同様にこの操作をn回行った後にできる正方形の面積をS_nとする。

ア．面積S_2を求めよ。

イ．面積S_nとS_{n-1}の関係を表す漸化式を求めよ。



［２］　以下の問いに答えよ。

(1) 点 $(0,p)$ から直線 $y=x-1$ に下ろした垂線の足をQとする。ただし，$p\fallingdotseq -1$ とする。

ア．点Qの座標を求めよ。

イ．点Qと点 $(0,p)$ との距離が2になるときの p の値を求めよ。

(2) 任意の2直線 $x=a$，$x=b$ が放物線 $y=\dfrac{x^2}{4}$ と交わる点をそれぞれR，Sとする。ただし，$a\fallingdotseq b$，$a\fallingdotseq 0$，$b\fallingdotseq 0$ とする。

ア．点Rにおける放物線 $y=\dfrac{x^2}{4}$ の法線の方程式を求めよ。

イ．問アで求めた法線に関して，直線 $x=a$ と対称な直線 ℓ の方程式を求めよ。

ウ．点Sにおける放物線 $y=\dfrac{x^2}{4}$ の法線に関して，直線 $x=b$ と対称な直線を m とする。直線 ℓ と直線 m の交点の座標を求めよ。

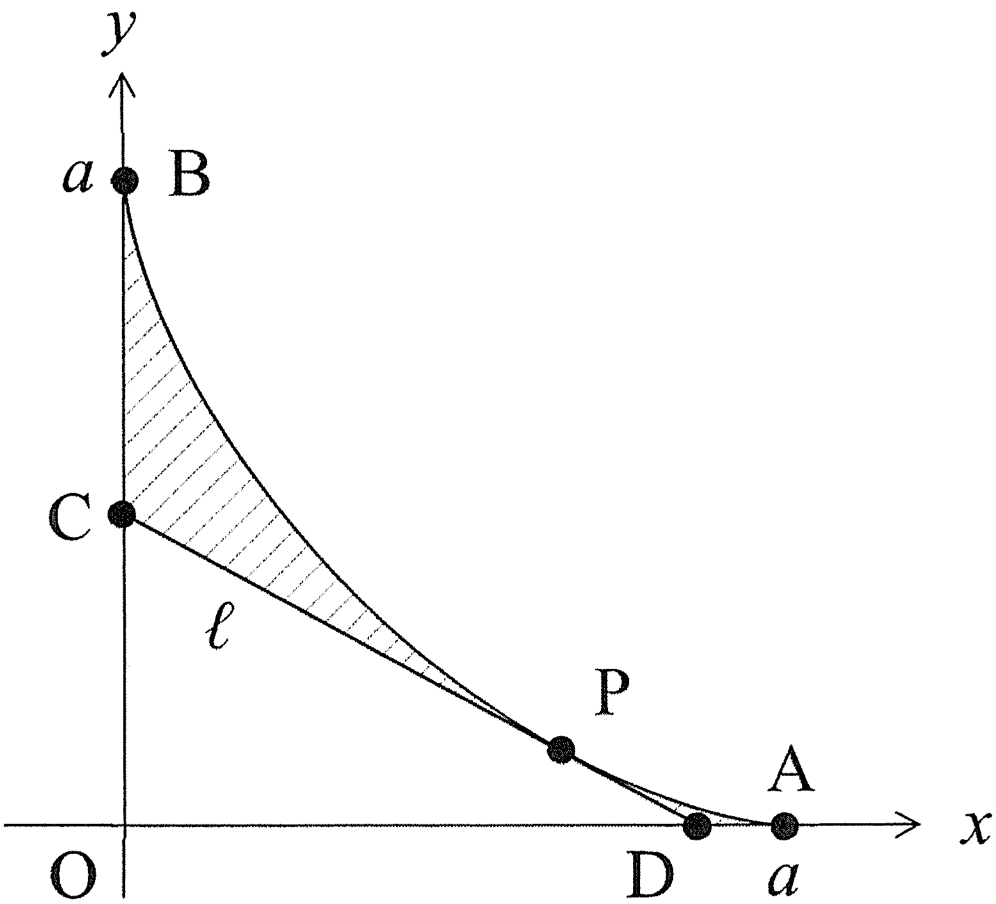
［3］　xy平面上において，媒介変数θ（$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$）によって$x=a\cos^3\theta, y=a\sin^3\theta$と表される下図の曲線ABについて考える。ただし，$a$は正の定数とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$\theta=\dfrac{\pi}{6}$のときの曲線上の点をPとする。点Pにおける接線ℓの方程式を求めよ。

(2)　接線ℓがy軸と交わる点C，x軸と交わる点Dの座標をそれぞれ求めよ。

(3)　図の斜線部分ABCDの周囲全長を求めよ。

(4)　図の斜線部分ABCDをx軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。



［4］　下図のように，xy 平面上の格子点（x 座標および y 座標が共に整数となる点）上に点 P がある。点 P が座標(x,y)にあるとき，点 P は 1 回の操作で，次の A，B，C，D，E のいずれか一つを等しい確率で選び，格子点上を移動するものとする。

A：(x,y)から$(x,y+1)$に移動する。
B：(x,y)から$(x+1,y+1)$に移動する。
C：(x,y)から$(x-1,y+1)$に移動する。
D：(x,y)から$(x-1,y-1)$に移動する。
E：(x,y)から$(x+1,y-1)$に移動する。

最初に点 P が$(0,0)$にあるとき，以下の問いに答えよ。

(1)　2 回の操作後に，点 P が$(0,0)$にある確率を求めよ。

(2)　n 回の操作を行ったとき，A，B，C，D，E が選ばれた回数をそれぞれ a，b，c，d，e とする。n 回操作後の点 P の x 座標および y 座標をそれぞれ a，b，c，d，e で表せ。

(3)　3 回の操作後に，点 P が$(1,1)$にある場合の d と e の組合せを求めよ。

(4)　3 回の操作後に，点 P が$(1,1)$にある確率を求めよ。

(5)　m が奇数の場合，m 回の操作後に，点 P が$(1-m,0)$にある確率を求めよ。