

次の関数のグラフの概形を解答用紙の座標平面に描け。

- ①  $y = 9 \quad (|x| \leq 1)$ ,  
 ②  $y = -x^2 + 6|x| + 4 \quad (1 \leq |x| \leq 6)$ ,  
 ③  $y = 2^{\frac{|x|}{3}} \quad (|x| \leq 6)$ ,  
 ④  $x^2 + (y - 5)^2 = \frac{1}{4}$ ,  
 ⑤  $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2}|x|\right) + \frac{9}{2} \quad (2 \leq |x| \leq 4)$ ,  
 ⑥  $|y - 3| = \sqrt{-\frac{|x|}{2} + 1}$

(86 秋田大 医・教育 5)

【答】 略

【解答】

- ①  $|x| \leq 1$  すなわち  $-1 \leq x \leq 1$  に注意すると、下図の①となる。  
 ②  $x^2 = |x|^2$  に注意すると

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6|x| + 4 \\ &= -(|x| - 3)^2 + 13 \end{aligned}$$

$x$  の代わりに  $-x$  においても式は不変だから、グラフは  $y$  軸に関して対称である。また、

$$1 \leq |x| \leq 6 \iff -6 \leq x \leq -1 \text{ または } 1 \leq x \leq 6$$

にも注意すると、下図の②となる。

- ③  $y$  軸に関して対称だから

$$y = 2^{\frac{x}{3}} \quad (0 \leq x \leq 6)$$

を図示し、 $y$  軸に関して折り返すことにより、下図の③となる。

- ④ 中心  $(0, 5)$ 、半径  $\frac{1}{2}$  の円であり、下図の④となる。  
 ⑤  $y$  軸に関して対称だから

$$y = -\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{9}{2} \quad (2 \leq x \leq 4)$$

を図示し、 $y$  軸に関して折り返すことにより、下図の⑤となる。

- ⑥  $y$  軸(と直線  $y = 3$ )に関して対称である。 $x \geq 0$  のときは

$$\begin{aligned} |y - 3| &= \sqrt{-\frac{x}{2} + 1} \\ \iff (y - 3)^2 &= -\frac{x}{2} + 1 \\ \iff x &= -2(y - 3)^2 + 2 \end{aligned}$$

となる。これを図示し、 $y$  軸に関して折り返すことにより、下図の⑥となる。

以上より、①～⑥を図示すると下図となる。

