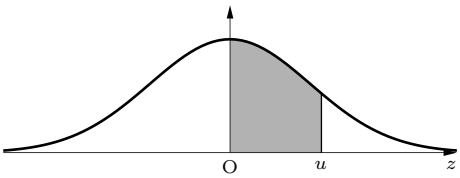
3 種類の品物 A，B，C がある．A を 3 個，B を 2 個，C を 1 個任意に選んで 1 つにまとめて 1 個の商品とする．次の問いに答えよ．

(1) 「A には，A 全体の $\dfrac{1}{16}$ の不良品が含まれ，B には，B 全体の $\dfrac{1}{9}$，C には，C 全体の $\dfrac{1}{25}$ の不良品が含まれている.」という仮説のもとで，全商品の中から，無作為に 1 個の商品を取り出したとき，それが完全な商品である確率を求めよ．ここで，完全な商品とは不良品が含まれていない商品のことである．

(2) 商品 960 個を無作為に抽出したところ，完全な商品は 640 個であった．このことから，(1) の仮説は正しいと判断してよいかどうかを，有意水準 (危険率)5%で検定 (両側検定) せよ．必要ならば，付表を用いてもよい．



正規分布表からの抜粋

u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

(86 東北大 理・工 6)

【答】

(1) $\dfrac{5}{8}$

(2) (1) の仮説は正しいとはいえない

【解答】

(1) 完全な商品であるということは，3 個の A，2 個の B，1 個の C のすべてが良品であるから，仮説のもとで，その確率 p は

$$p = \left(\frac{15}{16}\right)^3 \left(\frac{8}{9}\right)^2 \frac{24}{25} = \frac{3^3 \cdot 5^3}{2^{12}} \cdot \frac{2^6}{3^4} \cdot \frac{2^3 \cdot 3}{5^2} = \mathbf{\frac{5}{8}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(2) (1) の仮説が正しいとする．960 個の商品のうちの完全な商品の個数を X とすると，X は二項分布 $B(960,\ p)$ に従い，近似的には正規分布 $N(960p,\ 960p(1-p))$ に従う．

$$960p = 960 \cdot \frac{5}{8} = 600,$$

$$960p(1-p) = 960 \cdot \frac{5}{8}\,\frac{3}{8} = 600 \cdot \frac{3}{8} = 75 \cdot 3 = 15^2$$

より，X は $N(600,\ 15^2)$ に従う．

したがって，X を標準化した $\dfrac{X-600}{15}$ は正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う．有意水準 (危険率)5%の両側検定で $\dfrac{X-600}{15}$ が棄却域にある条件は

$$P\left(\left|\frac{X-600}{15}\right| \geqq z\right) \leqq 0.05$$

$$P\left(\frac{X-600}{15} \geqq z\right) \leqq 0.025$$

$$\therefore\quad P\left(0 \leqq \frac{X-600}{15} \leqq z\right) \geqq 0.475$$

であり，$P(0 \leqq z \leqq u) \geqq 0.475$ を満たす u は付表より $u = 1.96$ である．$X = 640$ のとき

$$\frac{640-600}{15} = \frac{8}{3} = 2.66\cdots > 1.96$$

であり，$\left|\dfrac{X-600}{15}\right| \geqq 1.96$ を満たさない．

よって，(1) の仮定は棄却され，**(1) の仮説は正しいとはいえない．** ……(答)