

A君はこれまでの数学のテストで5問のうち2問は解く実力がある。今回のテストではこれまでと同程度の問題が10問出て7問解くことができた。A君の実力は上ったと判定してよいか。危険率5%で検定せよ。必要ならば下の表を使ってよい。

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_r	0.006	0.040	0.121	0.215	0.251	0.201	0.111	0.042	0.011	0.002	0.000

$$\text{ただし, } P_r = {}_{10}C_r \left(\frac{2}{5}\right)^r \left(\frac{3}{5}\right)^{10-r}$$

(93 旭川医大 後期 1(3))

【答】 A君の実力は上ったと判定できない。

【解答】

「A君の実力は上っていない」という仮説を立てて危険率5%で片側検定する。

問題が解かれる確率は $\frac{2}{5}$ であり、10問出て r 問解くことができる確率は

$$P_r = {}_{10}C_r \left(\frac{2}{5}\right)^r \left(\frac{3}{5}\right)^{10-r} \quad (r = 0, 1, \dots, 10)$$

であり、これらの値は問題文の中で表として与えられている。棄却域となる r の範囲、すなわち

$$P(r \geq r_0) \leq 0.05 \quad \dots\dots (*)$$

となる r_0 を求める。

$$P_{10} + P_9 + P_8 = 0.013,$$

$$P_{10} + P_9 + P_8 + P_7 = 0.055$$

より、(*)を満たす最小の r_0 は

$$r_0 = 8$$

である。

A君が解いたのは7題であるから、仮説は棄却できない。すなわち

A君の実力は上ったとは判定できない。 ……(答)

- 「A君の実力は上っていない」の仮説が棄却されるのは、「実力が上がっている」とき、すなわち、多くの問題が解けたときであり、片側検定となる。
- $P_{10} = {}_{10}C_{10} \left(\frac{2}{5}\right)^{10} \left(\frac{3}{5}\right)^0 = \left(\frac{2}{5}\right)^{10} \approx 0$ であり、表の $P_{10} = 0.000$ は変と思った人がいるかもしれない。表は P_r の小数第3位までを表示した近似値を並べたものである。計算すると $\left(\frac{2}{5}\right)^{10} = 0.0001048576$ であり、小数第4位を四捨五入すると0.000となる。また、表の総和は1であり、(確率の総和) = 1 を満たしている。