内容量 200 ml と表示されている缶ジュースが大量にある．この中から 100 本を標本として無作為に抽出し，その内容量を調べたところ下の結果を得た．

199 ml : 15 本　200 ml : 20 本　201 ml : 30 本　202 ml : 20 本　203 ml : 15 本

このとき，次の各問いに答えよ．

(1) 標本平均を求めよ．
(2) 標本の分散を求めよ．
(3) 全製品の 1 缶あたりの平均内容量は表示の通りといえるか．危険率 (有意水準) 5%で検定せよ．

(94 山形大 教育 4)

【答】

(1) 201
(2) 1.6
(3) 全製品の 1 缶あたりの平均内容量は表示の通りとはいえない．

【解答】

(1) 標本平均 $\overline{X}$ は

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{1}{100}(199\cdot 15+200\cdot 20+201\cdot 30+202\cdot 20+203\cdot 15)\\ &= \frac{1}{100}(2985+4000+6030+4040+3045)\\ &= \frac{20100}{100}\\ &= \mathbf{201}\ (\mathrm{m}l)\end{aligned}$$

……(答)

である．

- 201 ml に関して条件は対称であるから，標本平均は 201 ml である．

(2) 標本分散 $V(\overline{X})$ は

$$\begin{aligned}V(\overline{X}) &= \frac{1}{100}\{(199-201)^2\cdot 15+(200-201)^2\cdot 20+(201-201)^2\cdot 30\\ &\qquad +(202-201)^2\cdot 20+(203-201)^2\cdot 15\}\\ &= \frac{1}{100}\{(-2)^2\cdot 15+(-1)^2\cdot 20+0^2\cdot 30+1^2\cdot 20+2^2\cdot 15\}\\ &= \frac{60+20+0+20+60}{100}\\ &= \mathbf{1.6}\ ((\mathrm{m}l)^2)\end{aligned}$$

……(答)

である．

(3) 「全製品の 1 缶あたりの平均内容量は表示の通り 200 ml である」という仮説を立てて，危険率 (有意水準) 5%で両側検定する．

標本平均 $\overline{X}$ は近似的に正規分布 $N\left(200,\ \dfrac{1.6}{100}\right)$ に従うから，$Z=\dfrac{\overline{X}-200}{\dfrac{\sqrt{1.6}}{10}}$ は標準正規分布 $N(1,\ 0)$ に従う．

危険率 (有意水準) 5%であるから，$P(|Z| \geqq z_0) \leqq 0.05$ となる z_0 に対し，$|Z| \geqq z_0$ なら仮説を棄却することになる．

$$
\begin{aligned}
& P(|Z| \geqq z_0) \leqq 0.05 \\
\Longleftrightarrow\ & P(Z \leqq -z_0) + P(z_0 \leqq Z) \leqq 0.05 \\
\Longleftrightarrow\ & 1 - 2P(0 \leqq Z \leqq z_0) \leqq 0.05 \\
\Longleftrightarrow\ & P(0 \leqq Z \leqq z_0) \geqq \frac{1 - 0.05}{2} \\
\therefore\quad & P(0 \leqq Z \leqq z_0) \geqq 0.475
\end{aligned}
$$

正規分布表により，$P(0 \leqq Z \leqq 1.96) \geqq 0.475$ であり

$$z_0 = 1.96$$

である．

一方，

$$Z = \frac{201 - 200}{\dfrac{\sqrt{1.6}}{10}} = \frac{10}{\sqrt{1.6}}$$

$Z > 1.96$ であるから，仮説は棄却される．すなわち

全製品の 1 缶あたりの平均内容量は表示の通りであるとはいえない．……(答)