点 $(1,\ 1)$ と直線 $y=-2$ からの距離が等しい点の軌跡は放物線であり，その方程式は $y=ax^2+bx-\dfrac{1}{3}$ である．このとき，$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である．

(02 鹿児島大 理・工・医 5B(1))

【答】

ア	イ
$\dfrac{1}{6}$	$-\dfrac{1}{3}$

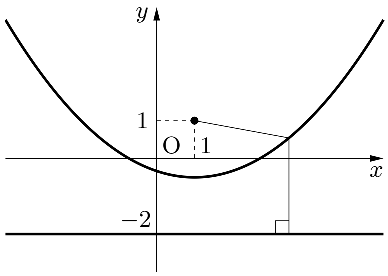
【解答】

点 $(1,\ 1)$ と直線 $y=-2$ からの距離が等しい点の座標を $(x,\ y)$ とおくと

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}=|y+2|$$

が成り立つ．式を整理すると

$$(x-1)^2+(y-1)^2=(y+2)^2$$
$$(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)=y^2+4y+4$$
$$6y=x^2-2x-2$$
$$\therefore\quad y=\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$$



よって

$$\boldsymbol{a=\frac{1}{6},\quad b=-\frac{1}{3}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

- 焦点 $(1,\ 1)$，準線 $y=-2$ の放物線の頂点の座標は $\left(1,\ -\dfrac{1}{2}\right)$ であり，頂点と焦点 (頂点と準線) の距離は $\dfrac{3}{2}$ であるから，この放物線の方程式は

$$(x-1)^2=4\cdot\frac{3}{2}\left(y+\frac{1}{2}\right)$$
$$x^2-2x+1=6y+3$$
$$\therefore\quad y=-\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$$

である．