2 点 $(3,\ 0)$，$(-1,\ 0)$ からの距離の和が 12 である点の軌跡は楕円であり，その方程式は $\dfrac{(x-r)^2}{p}+\dfrac{y^2}{q}=1$ である．このとき，$p=$ $\boxed{\text{ウ}}$，$q=$ $\boxed{\text{エ}}$，$r=$ $\boxed{\text{オ}}$ である．

(02 鹿児島大 理・工・医 5B(2))

【答】

ウ	エ	オ
36	32	1

【解答】

2 点 $(3,\ 0)$，$(-1,\ 0)$ からの距離の和が 12 である点の座標を $(x,\ y)$ とおくと

$$\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}=12$$

が成り立つから，両辺を平方して

$$(\sqrt{(x-3)^2+y^2})^2=(12-\sqrt{(x+1)^2+y^2})^2$$
$$(x^2-6x+9)+y^2=144-24\sqrt{(x+1)^2+y^2}+(x^2+2x+1)+y^2$$
$$3\sqrt{(x+1)^2+y^2}=x+17$$

さらに，両辺を平方すると

$$9\{(x^2+2x+1)+y^2\}=x^2+34x+289$$
$$8x^2-16x+9y^2=280$$
$$8(x-1)^2+9y^2=288$$
$$\therefore\quad \frac{(x-1)^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$$

が成り立つ．よって

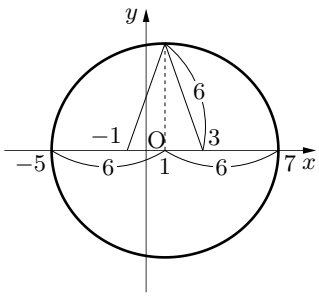
$$\boldsymbol{p=36,\ q=32,\ r=1}$$ ……(答)

である．

- 2 点 $(3,\ 0)$，$(-1,\ 0)$ からの距離の和が 12 である楕円は

  中心の座標が　$(1,\ 0)$，
  長軸の長さが　$12=2\cdot 6$，
  短軸の長さが　$2\sqrt{6^2-2^2}=2\sqrt{32}$

  であるから，この楕円の方程式は

  $$\frac{(x+1)^2}{6^2}+\frac{y^2}{(\sqrt{32})^2}=1$$
  $$\therefore\quad \frac{(x-1)^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$$

  である．