次の問いに答えよ．

(1) 分数関数 $y=\dfrac{8x-4}{x+1}$ のグラフをかけ．

(2) 不等式 $\dfrac{8x-4}{x+1}<2x$ を解け．

(09 中部大 工 4)

【答】

(1) 略

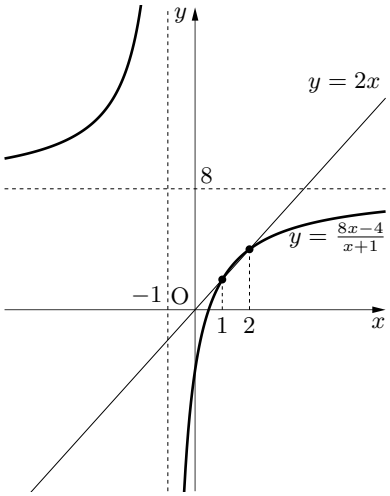
(2) $-1<x<1,\ 2<x$

【解答】

(1) $y=\dfrac{8x-4}{x+1}$ を変形すると

$$y=\frac{8(x+1)-12}{x+1}=8-\frac{12}{x+1}$$

となる．したがって，$y=\dfrac{8x-4}{x+1}$ のグラフは，$y=-\dfrac{12}{x}$ のグラフを x 軸方向に -1，y 軸方向に 8 だけ平行移動したものであり，概形は右図となる．



(2) $y=\dfrac{8x-4}{x+1}$ と $y=2x$ のグラフの交点の x 座標は

$$\frac{8x-4}{x+1}=2x$$

$$\iff \begin{cases} 8x-4=2x(x+1) \\ x+1\neq 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2x^2-6x+4=0 \\ x\neq -1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} (x-1)(x-2)=0 \\ x\neq -1 \end{cases}$$

$$\therefore\quad x=1,\ 2$$

(1) で描いたグラフより，不等式 $\dfrac{8x-4}{x+1}<2x$ の解は

$$\boldsymbol{-1<x<1,\quad 2<x}$$ ……(答)

である．

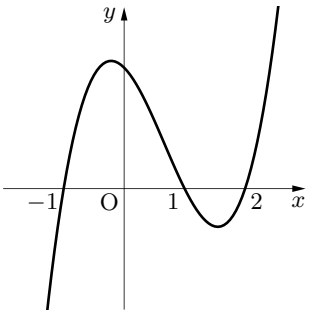
- 同値変形する．

$$\frac{8x-4}{x+1}<2x \iff (4x-2)(x+1)<x(x+1)^2$$

整理すると

$$x^3-2x^2-x+2>0$$
$$(x+1)(x-1)(x-2)>0$$

であり，不等式の解は

$$-1<x<1,\ 2<x$$

である．