

$x + y + z = 4$, $yz + zx + xy = 6$, $xyz = 9$ のとき, $\frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z}$ の値を求めよ.

(12 山形大 工 1(1))

【答】 $-\frac{1}{3}$

【解答】

与えられた条件を使いながら式を変形していく.

$$\begin{aligned}
 & \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z} \\
 = & \frac{4-x}{x} + \frac{4-y}{y} + \frac{4-z}{z} \quad (\because x+y+z=4) \\
 = & \frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} - 3 \\
 = & \frac{4(yz+zx+xy)}{xyz} - 3 \\
 = & \frac{4 \cdot 6}{9} - 3 \quad (\because yz+zx+xy=6, xyz=9) \\
 = & -\frac{1}{3} \qquad \qquad \qquad \dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$