

次の数列の一般項を求めよ.

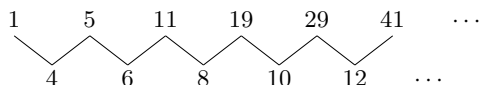
1, 5, 11, 19, 29, 41, ...

(12 琉球大 教・農 5(1))

【答】 $n^2 + n - 1$

【解答】

階差をとると



であり, 階差は初項 4. 公差 2 の等差数列であるから, 階差数列の一般項は

$$4 + 2(n - 1) = 2n + 2$$

である.

求める一般項は, $n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned}
 a_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k + 2) \\
 &= 1 + 2(2 + 3 + \dots + n) \\
 &= 1 + 2 \cdot \frac{(n-1)(2+n)}{2} \quad \left(\dots \frac{(\text{項数})(\text{初項} + \text{末項})}{2} \right) \\
 &= n^2 + n - 1
 \end{aligned}$$

これは $n = 1$ のときも成り立つ.

よって, 求める一般項は

$$n^2 + n - 1 \quad (n \geq 1)$$

……(答)

である.