

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

を利用して、次の式を因数分解せよ.

$$(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$$

(14 青森公立大 1(2))

【答】 $3(x - y)(y - z)(z - x)$

【解答】

$$a = x - y, b = y - z, c = z - x \text{ とおくと,}$$

$$a + b + c = (x - y) + (y - z) + (z - x) = 0$$

であるから、与えられた等式を用いると

$$\begin{aligned} & (x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 \\ &= a^3 + b^3 + c^3 \\ &= 0 + 3abc \\ &= \mathbf{3(x - y)(y - z)(z - x)} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

となる.