

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(ただし  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) のとき, 次の値をそれぞれ求めよ.

(1)  $\sin \theta \cos \theta$

(2)  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

(14 青森公立大 1(3))

【答】

(1)  $\sin \theta \cos \theta = -\frac{2}{9}$

(2)  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{11\sqrt{5}}{27}$

【解答】

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$

(1) 辺々を 2 乗すると

$$\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2$$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{5}{9}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{2}{9} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

(2) 式を変形すると

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^3 - 3 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}}{27} + \frac{2\sqrt{5}}{9}$$

$$= \frac{11\sqrt{5}}{27} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.