$$\frac{x+y}{3}=\frac{y+z}{6}=\frac{z+x}{7}\ (\fallingdotseq 0)$$ のとき

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$$

の値は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である． (15 明治大 政経 1(2))

【答】

アイ	ウ
67	5

【解答】

$$\frac{x+y}{3}=\frac{y+z}{6}=\frac{z+x}{7}=k\ (k\fallingdotseq 0)$$ とおくと

$$\begin{cases} x+y=3k & \cdots\cdots ① \\ y+z=6k & \cdots\cdots ② \\ z+x=7k & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

①, ②, ③ の辺々を加えると

$$2(x+y+z)=16k$$
$$\therefore\quad x+y+z=8k \qquad \cdots\cdots ④$$

④ から，②, ③, ① の辺々をそれぞれ引くことにより

$$x=2k,\ y=k,\ z=5k$$

を得る．これより

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}=\frac{8k^3+k^3+125k^3}{10k^3}=\boldsymbol{\frac{67}{5}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．