2 次関数

$$y=-x^2+2x+2 \qquad \cdots\cdots ①$$

のグラフの頂点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ である．また

$$y=f(x)$$

は x の 2 次関数で，そのグラフは，① のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする．

(1) 下の $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ には，次の ⓪～④ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪ $>$ ① $<$ ② $\geqq$ ③ $\leqq$ ④ $\fallingdotseq$

$2\leqq x\leqq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p\ \boxed{\text{ウ}}\ \boxed{\text{エ}}$$

であり，最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p\ \boxed{\text{オ}}\ \boxed{\text{カ}}$$

である．

(2) 2 次不等式 $f(x)>0$ の解が $-2<x<3$ になるのは

$$p=\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\quad q=\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

のときである．

(15 センター本試 I・A 1)

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キク	ケ	コサ	シ
1	3	3	1	2	2	−1	2	13	4

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

新課程になり数学 I・A の第 1 問は 2 次関数の最大・最小，2 次不等式となりました．2 次式の平方完成から始まるのは旧課程と同じです．文字が入っていないので，平方完成もラクですね．

(1) 最大・最小はグラフを描きながら考えましょう．定義域に対する軸の位置がポイントになります．

(2) 不等式は $f(x) = -(x+2)(x-3)$ と平行移動した $y = f(x)$ の係数を比較により p，q を求めることもできます (解と係数の関係を利用した解答になる) が，計算を減らす工夫も必要でしょう．

【解答】

$$y = -x^2 + 2x + 2 = -(x-1)^2 + 3 \qquad \cdots\cdots ①$$

⟵ 平方完成して，頂点の位置を探る．

より，頂点の座標は $\left(\underset{\text{ア}}{\boxed{1}},\ \underset{\text{イ}}{\boxed{3}}\right)$ である．また，2 次関数

$$y = f(x)$$

のグラフは，① のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したものであるから

⟵ グラフの平行移動
チェクリピ 35

$$f(x) = -(x-p-1)^2 + 3 + q$$

である．

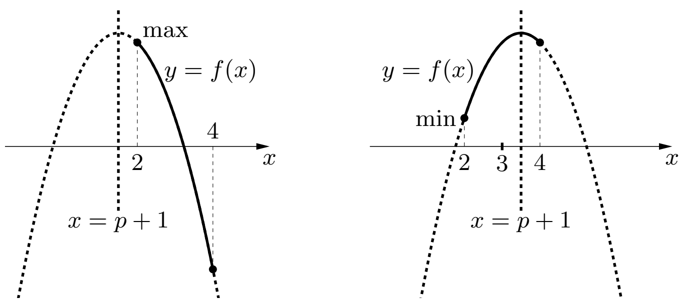
(1) $2 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になる条件は，$y = f(x)$ の軸 $x = p+1$ が定義域の左端 $x = 2$ または定義域の左側にあることである (左図参照)．

⟵ 軸の位置に着目する．
チェクリピ 59

$$p + 1 \leqq 2 \qquad \therefore\ p \underset{\text{ウ}}{\boxed{\leqq}} \underset{\text{エ}}{\boxed{1}}$$

$2 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が $f(2)$ になる条件は，$y = f(x)$ の軸 $x = p+1$ が定義域の中央値 $x = 3$ または中央値の右側にあることである (右図参照)．

$$3 \leqq p + 1 \qquad \therefore\ p \underset{\text{オ}}{\boxed{\geqq}} \underset{\text{カ}}{\boxed{2}}$$



⟵ グラフを描くクセをつけよう．

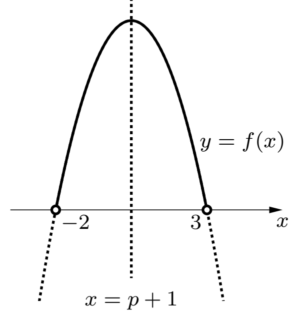
(2) 2 次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になる条件は

⟵ グラフの対称性に着目

$$\begin{cases} \text{軸の位置}: p + 1 = \dfrac{-2+3}{2} \\ x\ \text{軸との交点}: f(-2) = 0 \\ \qquad\qquad\qquad (\text{または}\ f(3) = 0) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} p = -\dfrac{1}{2} \\ -(-2-p-1)^2 + 3 + q = 0 \end{cases}$$

$$\therefore\ p = \frac{\overset{\text{キク}}{\boxed{-1}}}{\underset{\text{ケ}}{\boxed{2}}},\quad q = \frac{\overset{\text{コサ}}{\boxed{13}}}{\underset{\text{シ}}{\boxed{4}}}$$



- 2 次の係数が負であることに注意すると，2 次不等式 $f(x)>0$ の解が $-2<x<3$ になる条件は，

  $$f(x)=-(x+2)(x-3)$$

  である．

  $$f(x)=-x^2+x+6=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

  頂点の座標を比較すると

  $$\begin{cases} p+1=\dfrac{1}{2} \\ 3+q=\dfrac{25}{4} \end{cases} \qquad \therefore \quad p=-\frac{1}{2}, \quad q=\frac{13}{4}$$