

関数 $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$ に対し, 合成関数 $f(f(f(x)))$ を求めよ.

(15 東京都市大 工・知識工 2(2))

【答】 $f(f(f(x))) = \frac{2x-3}{x-2}$

【解答】

関数 $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$ に対し

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= \frac{2f(x) - 3}{f(x) - 2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{2x-3}{x-2} - 3}{\frac{2x-3}{x-2} - 2} \\ &= \frac{(2x-3) - 3(x-2)}{2x-3-2(x-2)} \\ &= x \end{aligned}$$

であるから

$$f(f(f(x))) = f(x) = \frac{2x-3}{x-2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.