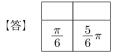
$0 \le x \le \pi$ のとき、 $\cos x \ge \sin 2x$ を満たす x の範囲は

$$0 \le x \le \square$$
, $\frac{\pi}{2} \le x \le \square$

である.

(15 北海道科学大 6)



【解答】

$$\cos x \ge \sin 2x$$

2倍角の公式を用いて、角をそろえると

$$\cos x \ge 2 \sin x \cos x$$

$$\cos x (1 - 2 \sin x) \ge 0$$

$$\therefore \begin{cases} \cos x \ge 0 \\ \sin x \le \frac{1}{2} \end{cases} \sharp \text{ to it } \begin{cases} \cos x \le 0 \\ \sin x \ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

 $0 \leq x \leq \pi \$ $\$ $\$ $\$ $\$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \end{cases} \sharp \text{tit} \begin{cases} \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \\ \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6} \pi \end{cases}$$

であり、まとめると

$$0 \le x \le \frac{\pi}{6} \text{ または } \frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5}{6}\pi$$
(答)

である.

• 関数をそろえてもよい.

は、
$$\cos x \ge \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$
 $0 \le x \le \pi$ より $-\frac{3}{2}\pi \le \frac{\pi}{2} - 2x \le \frac{\pi}{2}$ であるから (i) $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ のとき (ii) (ii)

$$0 \le x < \frac{\pi}{2}$$
 とあわせると

$$0 \le x \le \frac{\pi}{6}$$

(ii)
$$\frac{\pi}{2} \le x \le \pi$$
 のとき
$$-2\pi + x \le \frac{\pi}{2} - 2x \le -x$$
$$\therefore \quad \frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5}{6}\pi$$

以上, (i), (ii) より
$$0 \le x \le \frac{\pi}{6}, \ \frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5}{6}\pi$$

である.

• sin にそろえると

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \ge \sin 2x$$

$$0 \le x \le \pi \text{ t b}$$

$$\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{2} + x \le \frac{3}{2}\pi,$$

$$0 \le 2x \le 2\pi$$

$$\cos \delta b \delta$$

(i)
$$\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + x < \pi$$
 $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$ のとき $0 \leq 2x \leq \pi - \left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ または $\frac{\pi}{2} + x \leq 2x \leq 2\pi$ $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ または $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ とあわせると $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

(ii)
$$\pi \le \frac{\pi}{2} + x < \frac{3}{2}\pi \left(\frac{\pi}{2} \le x < 2\pi\right)$$
 のとき
$$\frac{\pi}{2} + x \le 2x \le 2\pi - \left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$
$$\therefore \quad \frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5}{6}\pi$$

以上, (i), (ii) より
$$0 \le x \le \frac{\pi}{6}, \ \frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5}{6}\pi$$

である.