平行六面体 ABCD–EFGH において，△BDE の重心を P，辺 AD の中点を M とする．このとき，点 P は線分 MF をどのように内分するか求めよ．ここで，平行六面体とは 6 つの平行四辺形からなる立体であり，ABCD–EFGH は向かい合う面の対応を表している．

(15 奈良県医大 13)

【答】 1 : 2

【解答】

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{d}$, $\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \vec{e}$ とおく．

P は △BDE の重心であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{\vec{b} + \vec{d} + \vec{e}}{3}$$

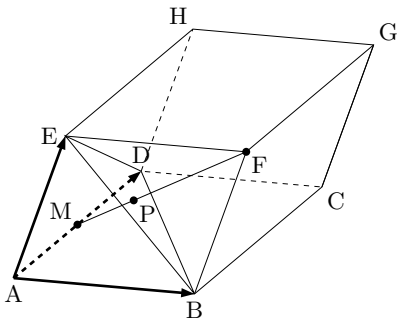
である．M は辺 AD の中点であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \frac{1}{2}\vec{d}$$

である．したがって

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{MF}} &= \overrightarrow{\mathrm{AF}} - \overrightarrow{\mathrm{AM}} \\ &= (\vec{b} + \vec{e}) - \frac{1}{2}\vec{d} \\ &= \frac{1}{2}(2\vec{b} - \vec{d} + 2\vec{e}) \\ \overrightarrow{\mathrm{MP}} &= \overrightarrow{\mathrm{AP}} - \overrightarrow{\mathrm{AM}} \\ &= \frac{\vec{b} + \vec{d} + \vec{e}}{3} - \frac{1}{2}\vec{d} \\ &= \frac{1}{6}(2\vec{b} - \vec{d} + 2\vec{e})\end{aligned}$$

$$\therefore \quad \overrightarrow{\mathrm{MP}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{MF}}$$



よって， 点 M，P，F は一直線上に並んでいて，点 P は線分 MF を **1 : 2** に内分している． ……(答)