

四面体 ABCD において、 $\triangle ACD$ の重心を F、 $\triangle BCD$ の重心を G、線分 FG を 1 : 2 に内分する点を H とするとき、 \overrightarrow{AH} を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} で表せ。

(15 岩手大 後 工 1(1))

【答】 $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

【解答】

F は $\triangle ACD$ の重心であるから

$$\overrightarrow{AF} = \frac{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3}$$

であり、G は $\triangle BCD$ の重心であるから

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3}$$

である。よって、線分 FG を 1 : 2 に内分する点 H を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} で表すと

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AH} &= \frac{2\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AG}}{3} \\ &= \frac{2}{3} \frac{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3} + \frac{1}{3} \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3} \\ &= \frac{1}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\end{aligned}\quad \cdots\cdots(\text{答})$$

である。