関数 $y = \dfrac{2x+5}{x+2}$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ の逆関数を求めよ．また，その定義域を求めよ．

(16 広島市大 情報科学 1(1))

【答】 $y = \dfrac{-2x+5}{x-2}$, $\dfrac{9}{4} \leqq x \leqq \dfrac{5}{2}$

【解答】

$$y = \frac{2x+5}{x+2} \ (0 \leqq x \leqq 2) \qquad \cdots\cdots ①$$

① を x について解くと

$$y(x+2) = 2x+5$$
$$(y-2)x = -2y+5$$

$y \neq 2$ が確認されるから

$$x = \frac{-2y+5}{y-2}$$

また，① は

$$y = 2 + \frac{1}{x+2}$$

であり，$0 \leqq x \leqq 2$ で単調減少であるから値域は

$$y_{x=2} \leqq y \leqq y_{x=0}$$
$$\therefore \quad \frac{9}{4} \leqq y \leqq \frac{5}{2}$$

である．

よって，① の逆関数とその定義域は

$$\boldsymbol{y = \frac{-2x+5}{x-2}, \quad \frac{9}{4} \leqq x \leqq \frac{5}{2}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．