以下の (A)，(B)，(C) の真偽の組合せとして正しいものをアからクの中から選べ．

(A) $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$，$\lim_{n\to\infty} b_n = +\infty$ ならば，$\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = 0$ である．

(B) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ が収束して，$\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$，$\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$ ならば，$\lim_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = \dfrac{\alpha}{\beta}$ である．

(C) $n \to \infty$ のとき，数列 $\{a_n b_n\}$ が収束するならば，2 つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ はともに収束する．

ア．(A) 真，(B) 真，(C) 真　　イ．(A) 真，(B) 真，(C) 偽

ウ．(A) 真，(B) 偽，(C) 真　　エ．(A) 真，(B) 偽，(C) 偽

オ．(A) 偽，(B) 真，(C) 真　　カ．(A) 偽，(B) 真，(C) 偽

キ．(A) 偽，(B) 偽，(C) 真　　ク．(A) 偽，(B) 偽，(C) 偽

(16 奈良県医大 医 14)

【答】 ク

【解答】

(A) $a_n = n+1$，$b_n = n$ のとき

$$\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty,\quad \lim_{n\to\infty} b_n = +\infty$$

であるが，

$$\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = \lim_{n\to\infty} 1 = 1 \neq 0$$

であるから，偽である．

(B) $a_n = \dfrac{2}{n}$，$b_n = \dfrac{1}{n}$ のとき

$$\alpha = \lim_{n\to\infty} a_n = 0,\ \beta = \lim_{n\to\infty} b_n = 0 \text{ (ともに収束)}$$

であるが，

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} 2 = 2 \text{ となるが，} \frac{\alpha}{\beta}\left(= \frac{0}{0}\right) \text{ は存在しない}$$

から，偽である．

(C) $a_n = n$，$b_n = \dfrac{1}{n}$ のとき

$$\lim_{n\to\infty} a_n b_n = \lim_{n\to\infty} 1 = 1 \text{ (収束)}$$

であるが，

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$$

で $\{a_n\}$ は収束しないから，偽である．

(A)，(B)，(C) はいずれも偽であり，真偽の組合せとして正しいものは

ク　　……(答)

である．