次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\tan 2x}-\sqrt{1+\tan 2x}}{x}$$

(16 奈良県医大 医 12)

【答】

【解答】

$\dfrac{0}{0}$ の不定形を解消するように式を変形する.

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\tan 2x}-\sqrt{1+\tan 2x}}{x}\\
&=\lim_{x\to 0}\frac{(1-\tan 2x)-(1+\tan 2x)}{x(\sqrt{1-\tan 2x}+\sqrt{1+\tan 2x})}\\
&=\lim_{x\to 0}\frac{-2\tan 2x}{x(\sqrt{1-\tan 2x}+\sqrt{1+\tan 2x})}\\
&=-2\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\cdot\frac{2}{\cos 2x}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\tan 2x}+\sqrt{1+\tan 2x}}\right)\\
&=-2\cdot\left(1\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{1}{1+1}\right)\\
&=\boldsymbol{-2} \qquad \cdots\cdots(\text{答})
\end{aligned}$$

である.