

関数 $y = x^{\sqrt{x}}$ ($x > 0$) の導関数を求めよ.

(16 富山大 理(数)・工 4(3))

【答】 $\frac{1}{2}(2 + \log x)x^{\sqrt{x}-\frac{1}{2}}$

【解答】

$$y = x^{\sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

辺々の自然対数をとると

$$\log y = \sqrt{x} \log x$$

辺々を x で微分すると

$$\begin{aligned} \frac{y'}{y} &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \log x + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{2 + \log x}{2\sqrt{x}} \\ \therefore y' &= y \cdot \frac{2 + \log x}{2\sqrt{x}} = x^{\sqrt{x}} \cdot \frac{2 + \log x}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}(2 + \log x)x^{\sqrt{x}-\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である.