

実数  $x, y$  が  $x^2 + xy + y^2 = 7, (x - 2)(y - 2) = -4, x < y$  を満たすとき,  
 $x = -\boxed{12}, y = \boxed{13}$  である.

(17 星薬大 2(1))

【答】

12	13
2	3

【解答】

連立方程式

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ (x - 2)(y - 2) = -4 \end{cases}$$

を変形すると

$$\begin{aligned} \begin{cases} (x + y)^2 - xy = 7 \\ xy - 2(x + y) = -8 \end{cases} &\iff \begin{cases} xy = 2(x + y) - 8 \\ (x + y)^2 - \{2(x + y) - 8\} = 7 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} xy = 2(x + y) - 8 \\ (x + y - 1)^2 = 0 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -6 \end{cases} \\ &\iff x, y \text{ は } t^2 - t - 6 = 0 \text{ の 2 解である} \end{aligned}$$

$t$  についての 2 次方程式を解くと

$$(t + 2)(t - 3) = 0 \quad \therefore t = -2, 3$$

$x < y$  であるから

$$(x, y) = (-2, 3)$$

……(答)

である.