放物線 $y = x^2 - 2$ と直線 $y = 2x + k$ が接するとき，$k =$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，そのときの接点は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(17 中部大)

【答】

ア	イ
-3	$(1,\ -1)$

【解答】

$y = 2x + k$ は放物線 $y = x^2 - 2$ の軸とは平行でないから,「放物線 $y = x^2 - 2$ と直線 $y = 2x + k$ が接する」ための条件は,「共有点がただ一つ存在する」，すなわち 2 式を連立したときの実数解の組がただ 1 つ存在することである．

放物線 $y = x^2 - 2$ と $y = 2x + k$ を連立して，y を消去すると

$$x^2 - 2 = 2x + k$$

$$\therefore\quad x^2 - 2x - (k + 2) = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

求める条件は,「① が重解をもつ」ことであり，① の判別式を D とすると,「$D = 0$」である．

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 + (k + 2) = k + 3$$

したがって，k の値は

$$k + 3 = 0 \qquad \therefore\quad k = \boxed{\mathbf{-3}} \qquad \cdots\cdots \text{(アの答)}$$

このとき，① は

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0 \qquad \therefore\quad x = 1$$

$$\therefore\quad y = 2 \cdot 1 - 3 = -1$$

となり，接点の座標は $\boxed{(1,\ -1)}$ である． …… (イの答)