

$x > 0$ に対して, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+2h) - \log x}{\sin h}$ を求めよ.

(17 東京電機大 工・理工・システム工・未来科学 1(4))

【答】 $\frac{2}{x}$

【解答】

e の定義, $\frac{\sin h}{h}$ が現れるように式を変形すると

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+2h) - \log x}{\sin h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{\log(x+2h) - \log x}{h} \cdot \frac{h}{\sin h} \right\} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{h} \log \frac{x+2h}{x} \cdot \frac{1}{\frac{\sin h}{h}} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{2}{x} \cdot \frac{\log \left(1 + \frac{2h}{x}\right)}{\frac{2h}{x}} \cdot \frac{1}{\frac{\sin h}{h}} \right\} \\ &= \frac{2}{x} \cdot 1 \cdot \frac{1}{1} \\ &= \frac{2}{x} \end{aligned} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

となる.