次の連立不等式の表す領域を D とする．

$$-1 \leqq x \leqq 0,\ 1+x \leqq y \leqq \sqrt{1-x^2}$$

この領域 D を，y の関数 $f(y)$, $g(y)$ を用いて連立不等式

$$0 \leqq y \leqq 1,\ f(y) \leqq x \leqq g(y)$$

で表したとき，$f(y) = \boxed{\text{(viii)}}$, $g(y) = \boxed{\text{(ix)}}$ である．

(17 北見工大 1(7))

【答】

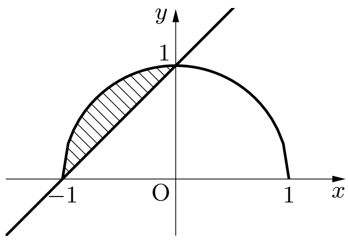
(viii)	(ix)
$-\sqrt{1-y^2}$	$y-1$

【解答】

与えられた連立不等式が表す領域

$$D : \begin{cases} -1 \leqq x \leqq 0 \\ 1+x \leqq y \leqq \sqrt{1-x^2} \end{cases}$$

を図示すると右図の斜線部分となる．境界含む．



境界を y を用いて表すと

$$\begin{cases} -1 \leqq x \leqq 0 \\ 1+x = y \end{cases} \iff \begin{cases} x = y-1 \\ -1 \leqq y-1 \leqq 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = y-1 \\ 0 \leqq y \leqq 1 \end{cases}$$

また

$$\begin{cases} -1 \leqq x \leqq 0 \\ y = \sqrt{1-x^2} \end{cases} \iff \begin{cases} -1 \leqq x \leqq 0 \\ y^2 = 1-x^2 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = -\sqrt{1-y^2} \\ -1 \leqq x \leqq 0 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = -\sqrt{1-y^2} \\ 0 \leqq y \leqq 1 \end{cases}$$

よって領域 D を y と用いて表すと

$$\begin{cases} 0 \leqq y \leqq 1 \\ -\sqrt{1-y^2} \leqq x \leqq y-1 \end{cases}$$

となるから

$$\boldsymbol{f(y) = -\sqrt{1-y^2},\quad g(y) = y-1} \qquad \cdots\cdots（答）$$

である．

- 領域 D を表すには

  $$1+x \leqq y \leqq \sqrt{1-x^2} \text{ あるいは } -\sqrt{1-y^2} \leqq x \leqq y-1$$

  で十分であり，$-1 \leqq x \leqq 0$ あるいは $0 \leqq y \leqq 1$ は不要である．これが付いているのは境界を求めるときのヒントと理解しておこう．