

実数 x, y が $2x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ を満たすとき, y のとりうる値の範囲は ケ であり, $z = x^2 + y$ のとりうる値の範囲は コ である.

(18 南山大 理工 1(5))

【答】	ケ	コ
	$-1 \leq y \leq 3$	$-1 \leq z \leq \frac{7}{2}$

【解答】

実数 x, y が $2x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ を満たすとき,

$$2x^2 = -y^2 + 2y + 3$$

$2x^2 \geq 0$ より

$$\begin{aligned} -y^2 + 2y + 3 &\geq 0 \\ -(y+1)(y-3) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{-1 \leq y \leq 3}$$

…… (ケの答)

である. また

$$\begin{aligned} z &= x^2 + y \\ &= \frac{-y^2 + 2y + 3}{2} + y \\ &= -\frac{1}{2}y^2 + 2y + \frac{3}{2} \\ &= -\frac{1}{2}(y-2)^2 + \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$z(y) = -\frac{1}{2}(y-2)^2 + \frac{7}{2}$ とおくと, y は $-1 \leq y \leq 3$ の範囲を動くから, z のとりうる値の範囲は

$$z(-1) \leq z \leq z(2)$$

$$\therefore \boxed{-1 \leq z \leq \frac{7}{2}}$$

…… (コの答)

である.