a は定数とする．放物線 $y = x^2 + ax + 3 - a$ と x 軸が共有点をもたないような a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{イ}}$ である．

(18 金沢工大)

【答】

ア	イ
-6	2

【解答】

$$y = x^2 + ax + 3 - a$$
$$= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - a + 3$$

であり,「放物線 $y = x^2 + ax + 3 - a$ と x 軸が共有点をもたない」ための条件は
「y の最小値が正である」ことであり,
このの放物線のグラフは下に凸であるから,「頂点の y 座標が正になる」ことである．
　すなわち

$$-\frac{a^2}{4} - a + 3 > 0$$
$$a^2 + 4a - 12 < 0$$
$$(a+6)(a-2) < 0$$
$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{-6}} < a < \boxed{\mathbf{2}}$$

…… (ア，イの答)

- 判別式を利用してもよい．
　曲線 $y = f(x)$ と x 軸の共有点の x 座標は方程式 $f(x) = 0$ の実数解であるから,
「放物線 $y = x^2 + ax + 3 - a$ と x 軸が共有点をもたない」ための条件は
「方程式 $x^2 + ax + 3 - a = 0$ が実数解をもたない」ことであり,
判別式を D とすると「$D < 0$」である．

$$D = a^2 - 4(3 - a) = a^2 + 4a - 12 = (a+6)(a-2)$$

であるから

$$(a+6)(a-2) < 0$$
$$\therefore \quad -6 < a < 2$$