

$12x - 7y = 1$ をみたす自然数の組 (x, y) を x の値が小さいものから順に並べる.
このとき、5 番目の組を (a, b) とすると、 $b - a = \boxed{14}$ である.

(18 明海大 歯 1(7))

【答】	14
	22

【解答】

$$12x - 7y = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$12 \cdot 3 - 7 \cdot 5 = 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ より

$$\begin{aligned} 12(x - 3) - 7(y - 5) &= 0 \\ \therefore 12(x - 3) &= 7(y - 5) \quad \dots\dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$12(x - 3)$ は 7 の倍数であり、12 と 7 は互いに素であるから、 $x - 3$ は 7 の倍数である.

$$x - 3 = 7k \quad (k \text{ は整数}) \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

とおくことができる. このとき、 $\textcircled{3}$ より

$$\begin{aligned} 12 \cdot 7k &= 7(y - 5) \\ y - 5 &= 12k \quad \dots\dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

$\textcircled{4}$, $\textcircled{5}$ より

$$\begin{cases} x = 7k + 3 \\ y = 12k + 5 \end{cases}$$

x, y は自然数より、 k は 0 以上の整数であるから、 x が 5 番目に小さいものは $k = 4$ のときである. このとき

$$\begin{aligned} \begin{cases} a = 31 \\ b = 53 \end{cases} \\ \therefore b - a &= \mathbf{22} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$