4 進法で表された 3 桁の数がある．この数を 10 進法として読むともとの数の 5 倍の大きさとなる．もとの数を求めよ．ただし，4 進法で表すこと．

(18 昭和大 歯・薬・保 2(4))

【答】 $120_{(4)}$

【解答】

4 進法で表された 3 桁の数を $abc_{(4)}$ とおくと

$$abc_{(4)} = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c$$

である．ただし，$a,\ b,\ c$ は $0 \leqq a,\ b,\ c \leqq 3$ を満たす整数で，$a \neq 0$ を満たすものとする．

条件より，この数は

$$abc_{(10)} = 5 \times abc_{(4)} \qquad \cdots\cdots (*)$$

を満たす．

$$\begin{aligned}(*) &\iff a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 5(a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c) \\ &\iff 20a - 10b - 4c = 0 \\ &\iff 2c = 5(2a - b)\end{aligned}$$

2 と 5 は互いに素より，c は 5 の倍数である．$0 \leqq c \leqq 3$ より

$$c = 0$$

である．このとき

$$2a - b = 0 \qquad \therefore \quad b = 2a$$
$$\therefore \quad (a,\ b) = (1,\ 2)$$

よって

$$abc_{(4)} = \mathbf{120_{(4)}} \qquad \cdots\cdots(答)$$