

p を素数とするとき、 $1 \leq k \leq p-1$ を満たす自然数 k に対して、二項係数 ${}_p C_k$ は p の倍数であることを示せ.

(18 鹿児島大 理系 1(3))

【答】 略

【解答】

$${}_p C_k = \frac{p!}{k!(p-k)!}$$

より

$${}_p C_k k!(p-k)! = p!$$

右辺の $p!$ は p の倍数である.

一方、左辺をみると、 $1 \leq k \leq p-1$ より、 k 、 $p-k$ は p より小さいから、 $k!$ 、 $(p-k)!$ は素数 p の倍数ではない.

よって、 ${}_p C_k$ は p の倍数である.

…… (証明終わり)